

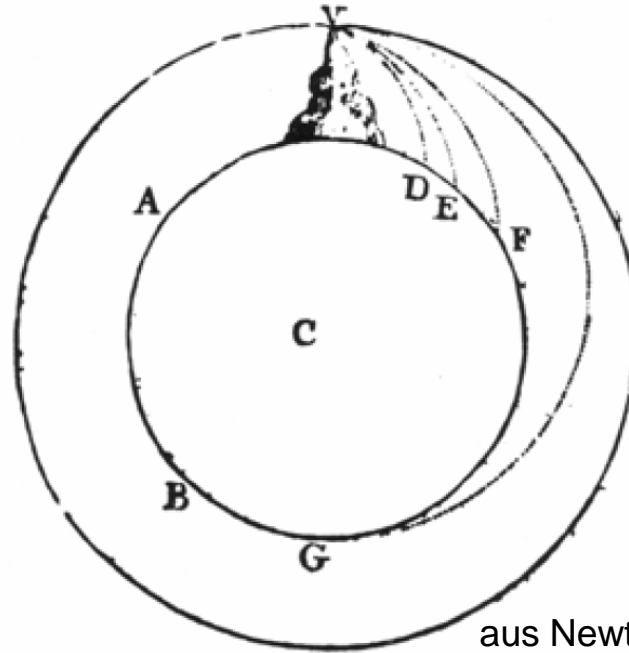
Bahnbestimmung künstlicher Erd- und Mondsatelliten – was man aus hochgenauen Bahnen lernen kann

Adrian Jäggi



Satelliten als ideale Testmassen

Isaac Newton stellte mit seinem universellen Gravitationsgesetz die geniale gedankliche Verbindung her zwischen dem freien Fall eines Apfels vom Baum und der Bewegung eines Satelliten:



aus Newtons "De mundi systemate" (1715)

Er wies uns damit den Weg, die Bewegung eines künstlichen Satelliten um die Erde als freien Fall einer Testmasse im Gravitationsfeld der Erde zu interpretieren.

Wäre die Erde eine **homogene Kugel**, so wäre die Bahn des Satelliten eine perfekte Ellipse, wie sie mit den Keplerschen Gesetzen mathematisch beschrieben wird.

Bahnspur des sonj. Erdtrabanten

Sternbild: Ursa Major

Aufnahme: Schulsternwarte Rodewisch/WgH.
13. Okt. 1957 4⁵¹ h MEZ



Satelliten als ideale Testmassen

Der Start von **Sputnik 1** am 4. Oktober 1957 bedeutete für die Geodäsie eine Zeitenwende. Erstmals konnte man eine wirklich globale und räumliche Vermessung der Erde ins Auge fassen:

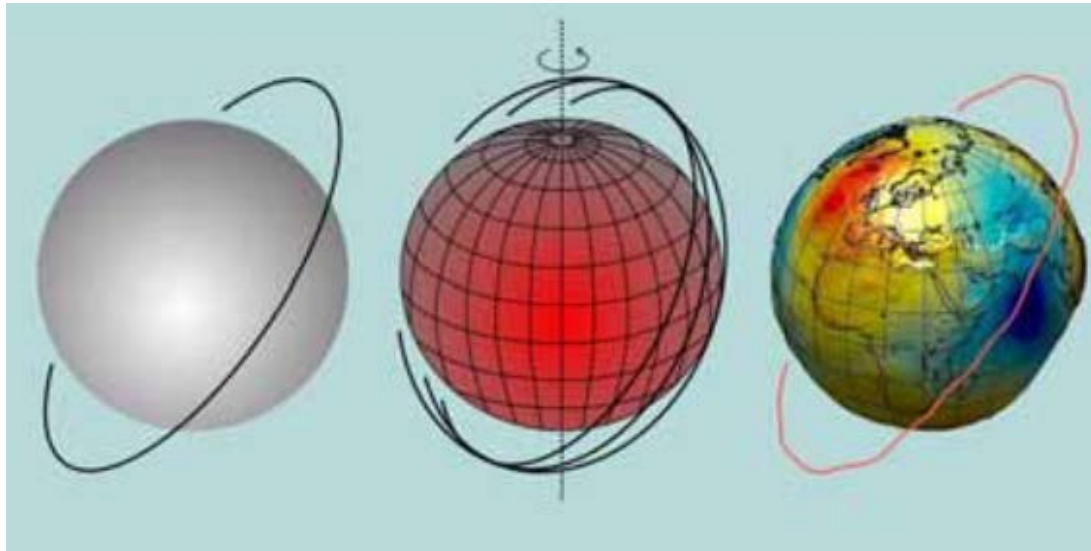


Betrachtet man die Erde als **abgeplattete Kugel** (eine Form, die der Erdfigur sehr nahe kommt), so vollführt die Bahnebene eine langsame **Kreiselbewegung** im Raum. Aus der geschlossenen Ellipse (links) wird eine sich um die Erde windende Spirale (rechts).

Durch die **Beobachtung und Bestimmung der Bahn** von Sputnik 1 gelang eine sehr genaue **Bestimmung der Erdabplattung**. Bis dahin beruhten die Ergebnisse der Erdmessung auf den berühmten Gradmessungen des 18. Jahrhunderts, gefolgt von der durch General Johann Jacob Baeyer 1861 initiierten Verknüpfung der Gradmessungen zur mitteleuropäischen, dann europäischen und schließlich internationalen Bestimmung der Erdfigur.

Satelliten als ideale Testmassen

Auch heute noch wird dieser Ansatz, leicht modifiziert und wesentlich genauer eingesetzt, nun primär zur Bestimmung der **zeitlichen Veränderung** der Erdadplattung mittels Laserdistanzvermessung zu speziellen Satelliten.



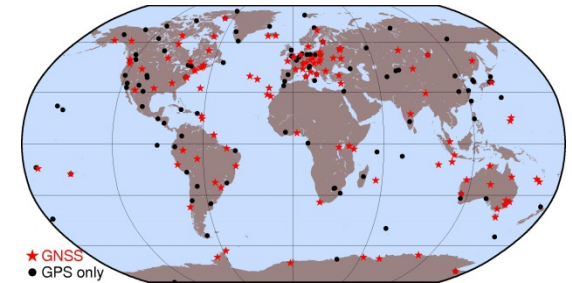
Weit langwieriger gestaltete sich die Entzifferung des "Gravitationskodes", d.h. die **globale Bestimmung des Gravitationsfeldes und dessen Variationen** aus den Messungen der **Bahnunregelmässigkeiten**. Bis zum Jahr 2000 musste sich die Wissenschaft mit einem komplizierten Flickwerk begnügen: die von einer grossen Zahl von Observatorien durchgeführten Messreihen zu sehr unterschiedlichen Satelliten wurden in aufwändigen Rechenprozessen kombiniert .

Moderne Satellitenbeobachtungsverfahren



GNSS
Global
Navigation
Satellite
System

GPS
GLONASS
Galileo
Compass



SLR
Satellite
Laser
Ranging

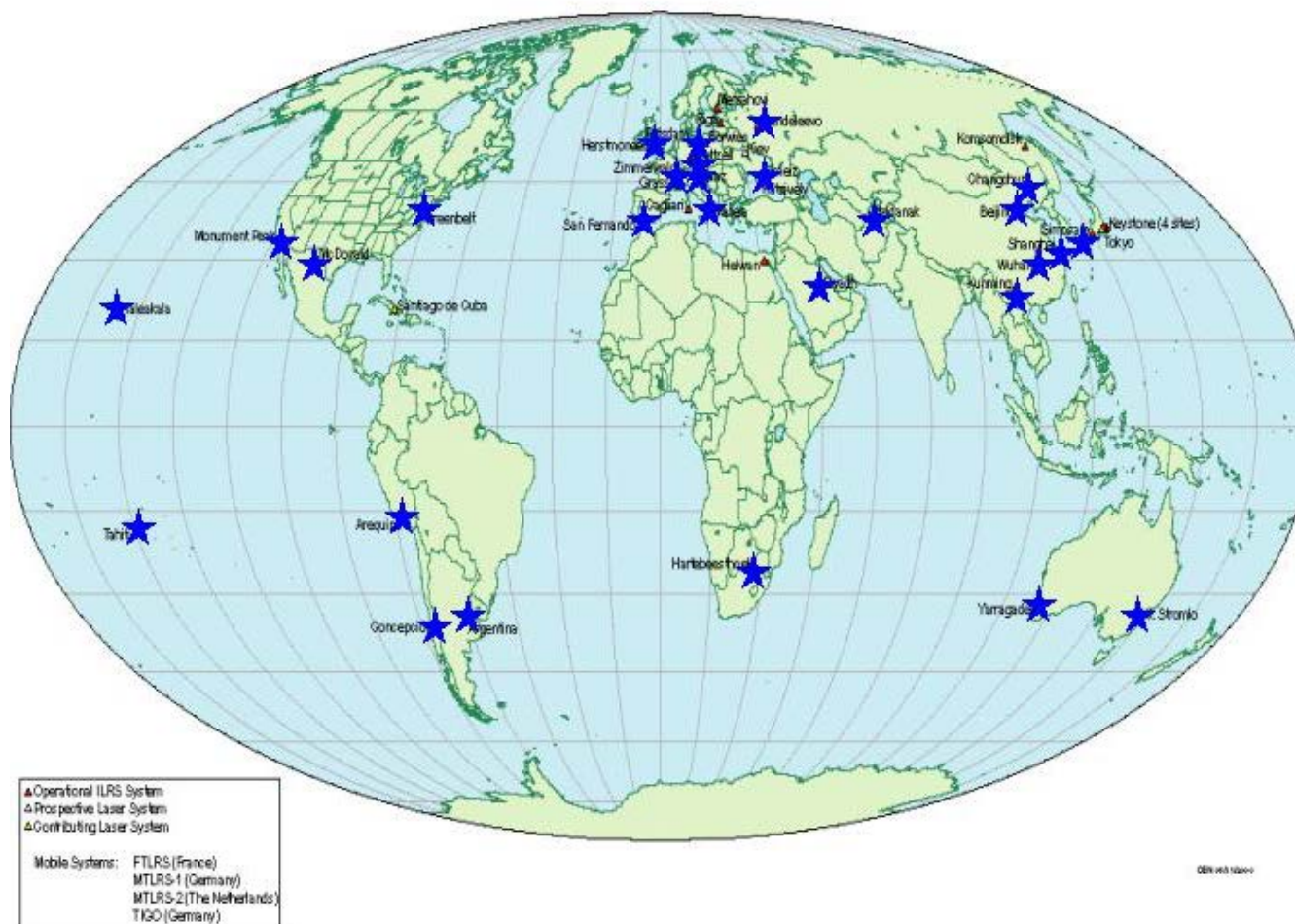


Observatorium Zimmerwald bei Bern, Schweiz

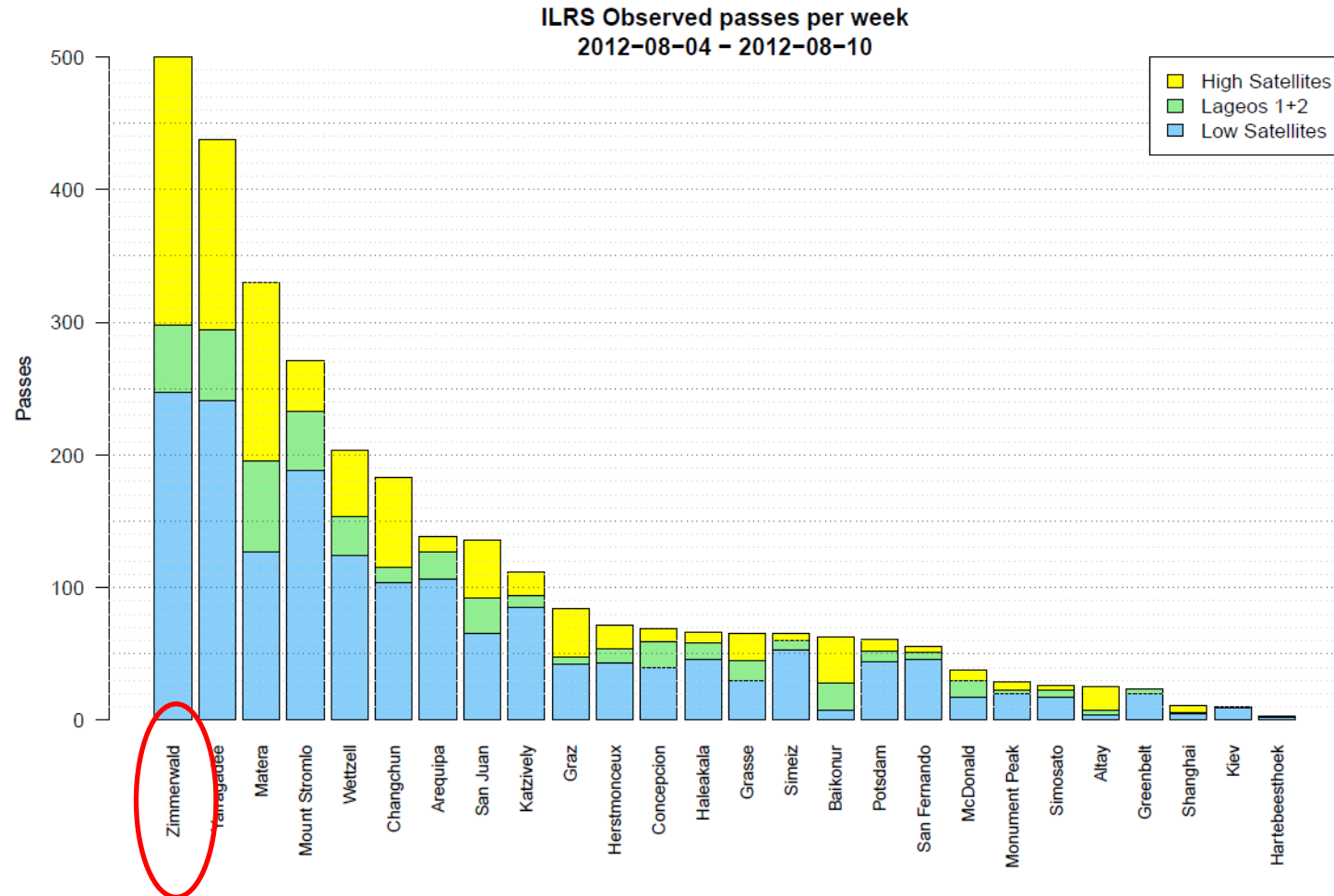
Moderne Satellitenbeobachtungsverfahren benötigen eine aufwändige und zum Teil **teure Infrastruktur**. Idealerweise sind mehrere geodätische Raumverfahren an einem Standort vereint (**Kolokation** der verschiedenen Techniken). Eine einzelne Station ist „nutzlos“, es braucht ein globales Netz von Stationen.

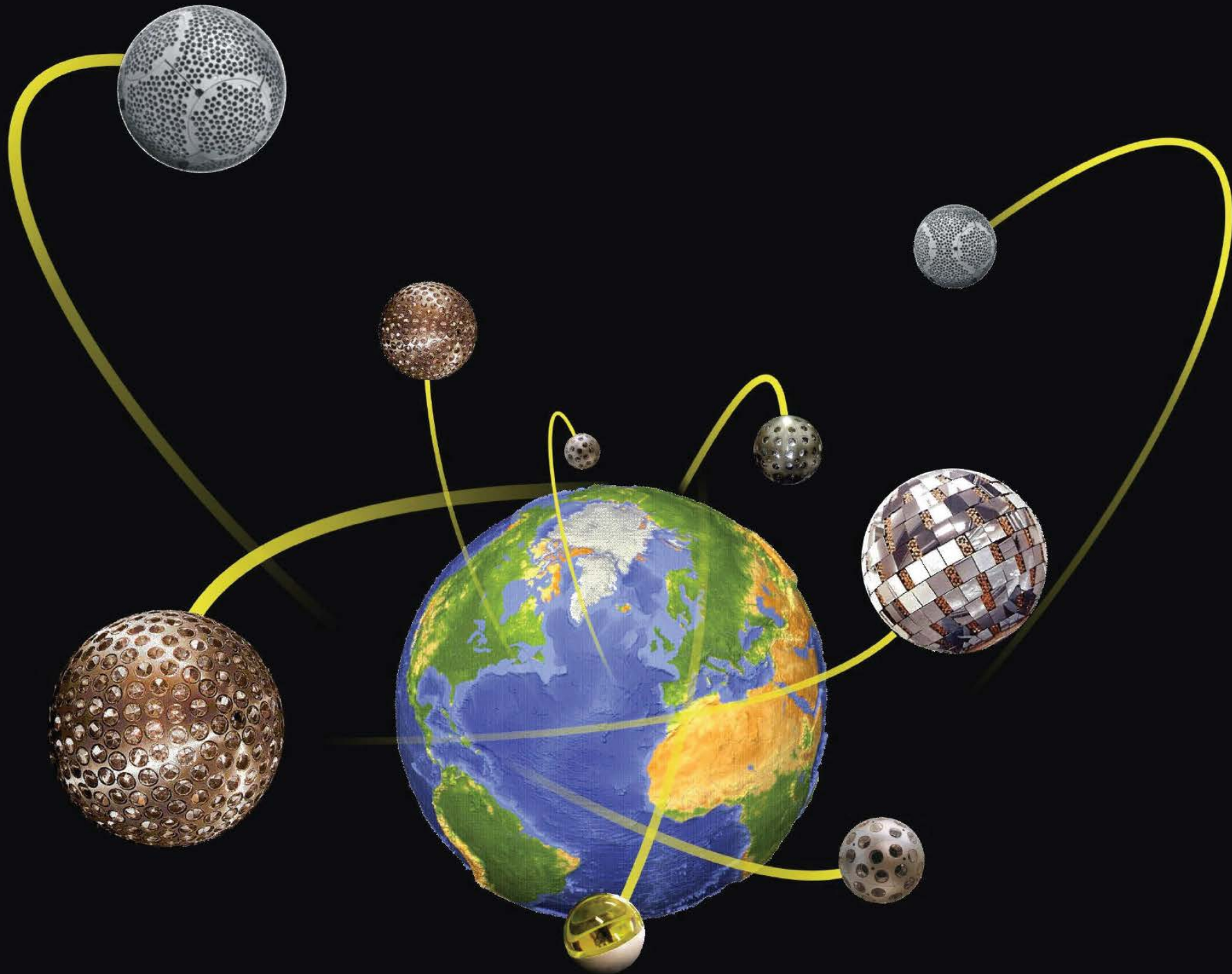


International Laser Ranging Service (ILRS)



International Laser Ranging Service (ILRS)





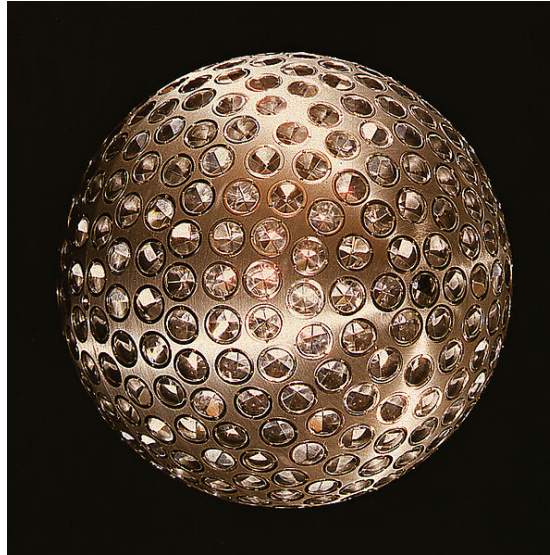
Geodätische Satelliten



LAGEOS-1

Höhe: ca. 5700 km

$A/m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$



LAGEOS-2

Höhe: ca. 5700 km

$A/m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$



LARES

Höhe: ca. 1400 km

$A/m = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$

Dichtestes Objekt im
Sonnensystem

Zum Vergleich einige weitere A/m Werte



LAGEOS-1

$7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{kg}$

Nicht-gravitative Kräfte
sind "relativ" unbedeutend
und eher leicht zu modellieren



Mond

$1 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{kg}$

Nicht-gravitative Kräfte
sind völlig unbedeutend

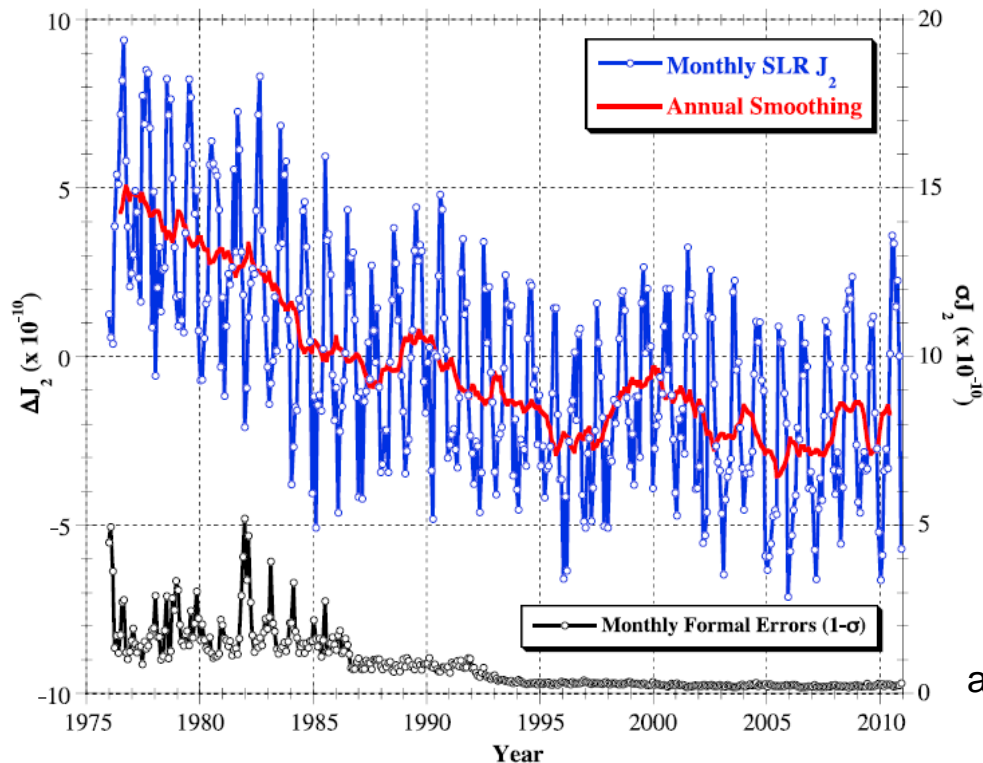


GPS Satellit

$2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2/\text{kg}$

Nicht-gravitative Kräfte
sind sehr bedeutend und
eher schwer zu modellieren

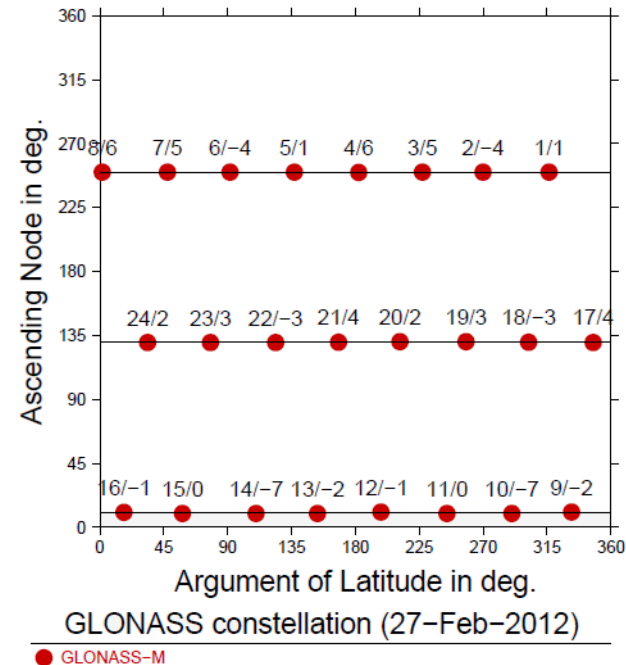
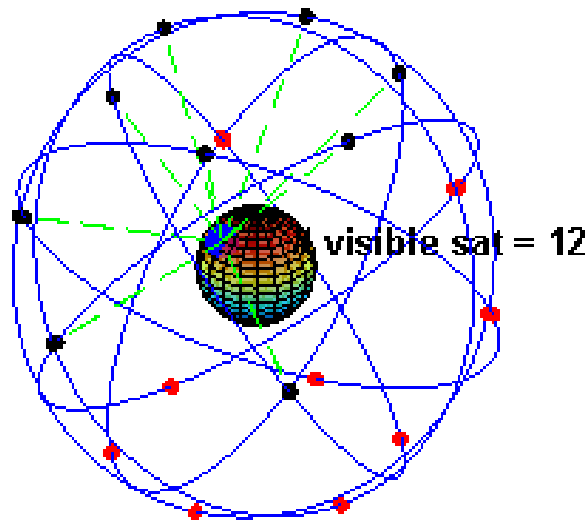
Beispiel für wissenschaftliche Resultate



aus Nerem and Wahr (2011)

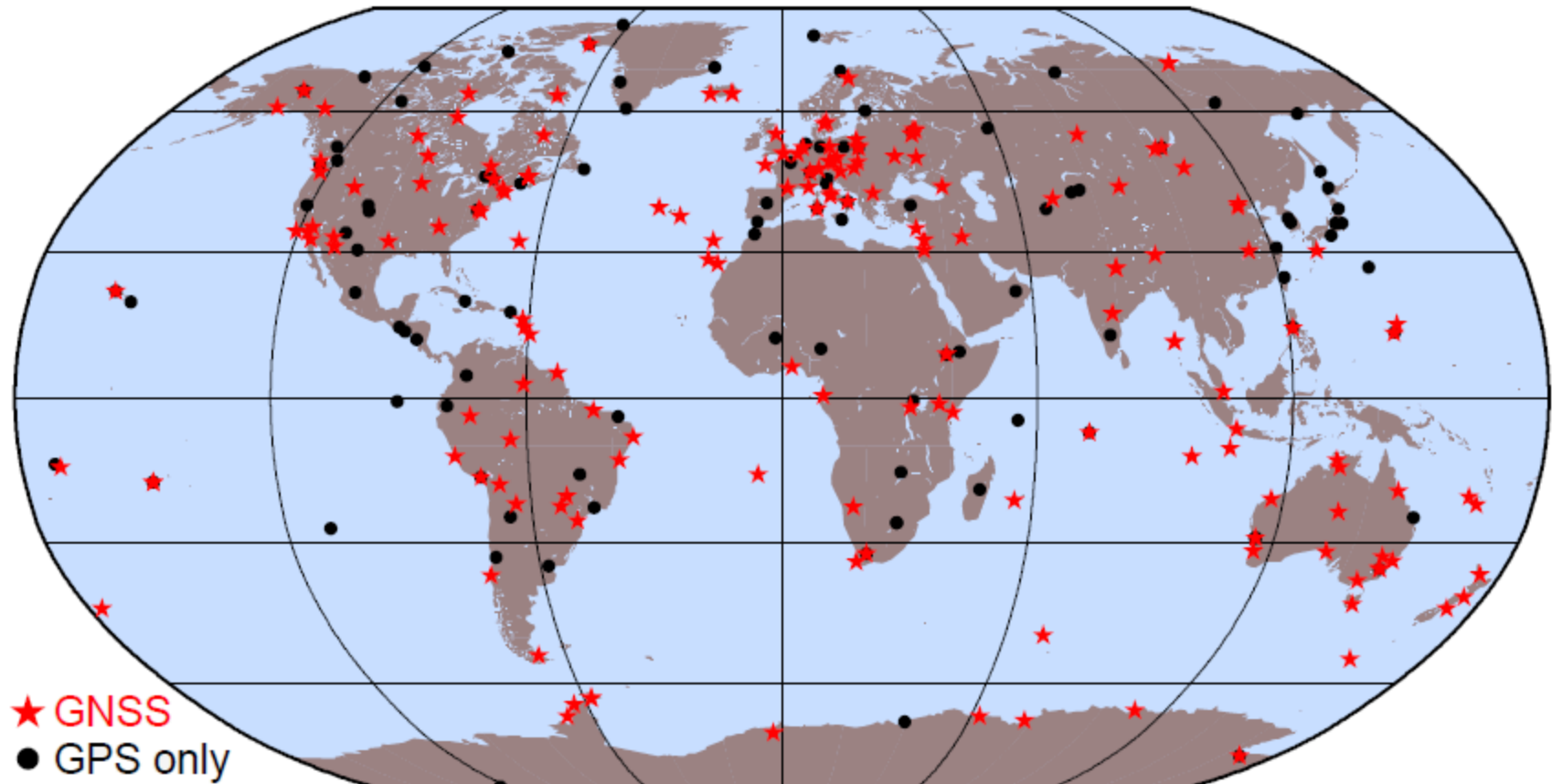
Die Messreihen von 1976 bis ca. 1998 zeigen eine mehr oder weniger konstante **Abnahme der Erdabplattung** (verursacht durch den langsamen Massenausgleich im Erdmantel als Reaktion auf das Abschmelzen der Eisschilde nach der letzten Eiszeit). Der **auffällige Stopp** des Negativtrends konnte erst kürzlich den **Eismassenverlusten in Grönland und der Antarktis** zugeordnet werden.

GNSS Konstellationen



Das **Raumsegment der GNSS (Global Navigation Satellite Systems)** wird ständig ausgebaut (z.B. Galileo) und erneuert (z.B. GPS, GLONASS), so dass auch neue Frequenzen und Signale benutzt werden können. Das originale Design der GPS Konstellation (24 Satelliten auf 6 Bahnebenen) erlaubt die 3-dimensionale Positionierung auf der Erde und im erdnahen Raum dank mindestens 4 simultan sichtbaren Satelliten.

International GNSS Service (IGS): Stationsnetz



Mehr und mehr multi-GNSS Empfänger sind
im globalen IGS Netz verfügbar

Methoden der GNSS Datenanalyse

Beobachtungsgleichung:

$$\Delta \mathbf{l} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{x} - \mathbf{v} \quad \text{mit} \quad \mathbf{P} = \sigma_o^2 \mathbf{C}^{-1}$$

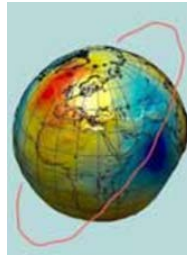
observed-minus-computed:

$$\Delta \mathbf{l} = \begin{pmatrix} l_1' - F_1(\mathbf{x}_0) \\ l_2' - F_2(\mathbf{x}_0) \\ \vdots \\ l_n' - F_n(\mathbf{x}_0) \end{pmatrix}$$



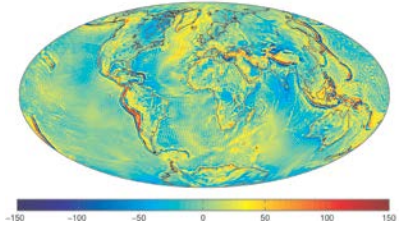
Math. Modell:

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{f}(t)$$



Unbekannte Parameter:

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Delta c_{00} \\ \vdots \\ \Delta c_{nm} \\ \Delta s_{nm} \end{pmatrix}$$



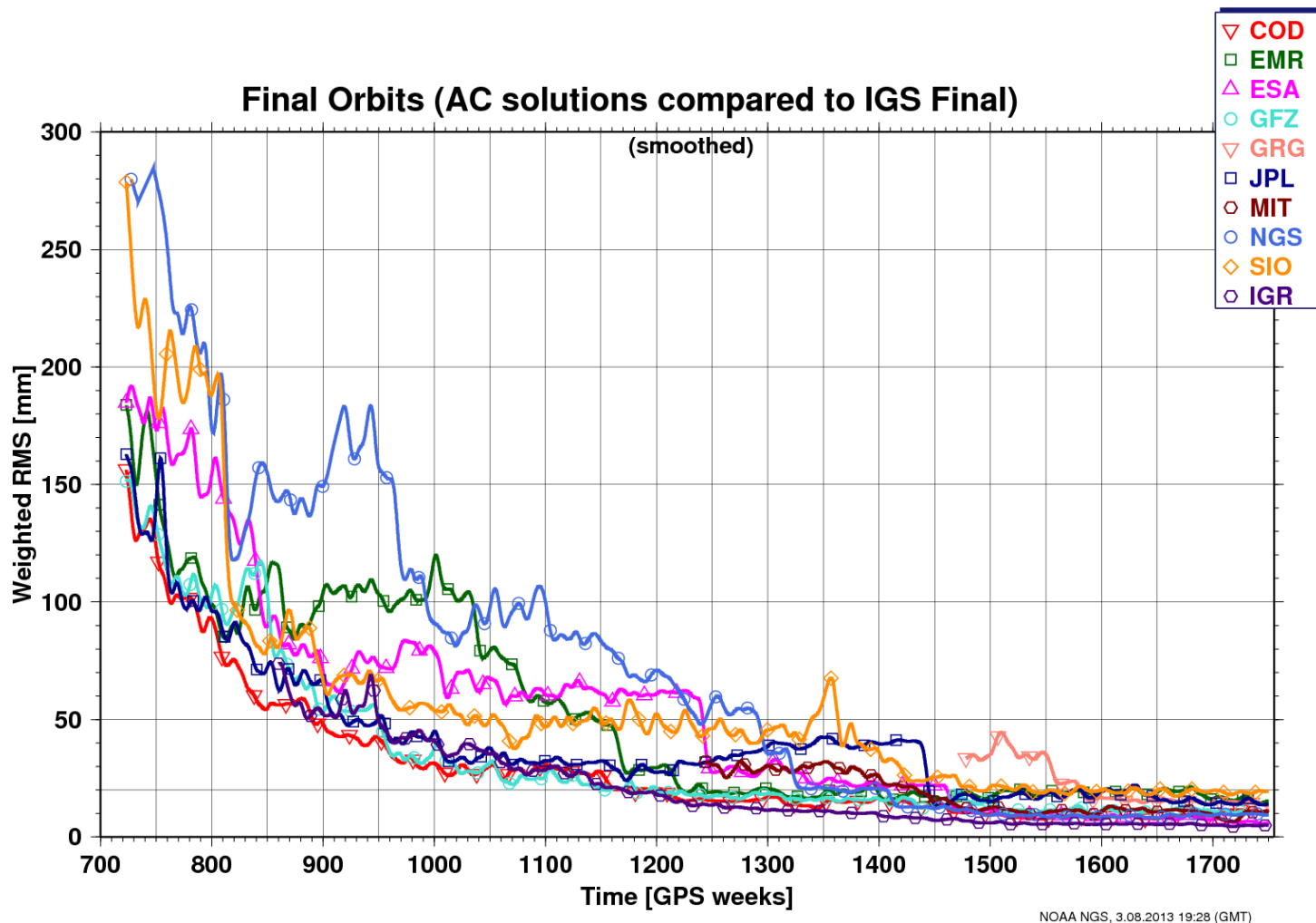
Normalgleichungssystem:

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \rightarrow \min$$

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \Delta \mathbf{l}$$

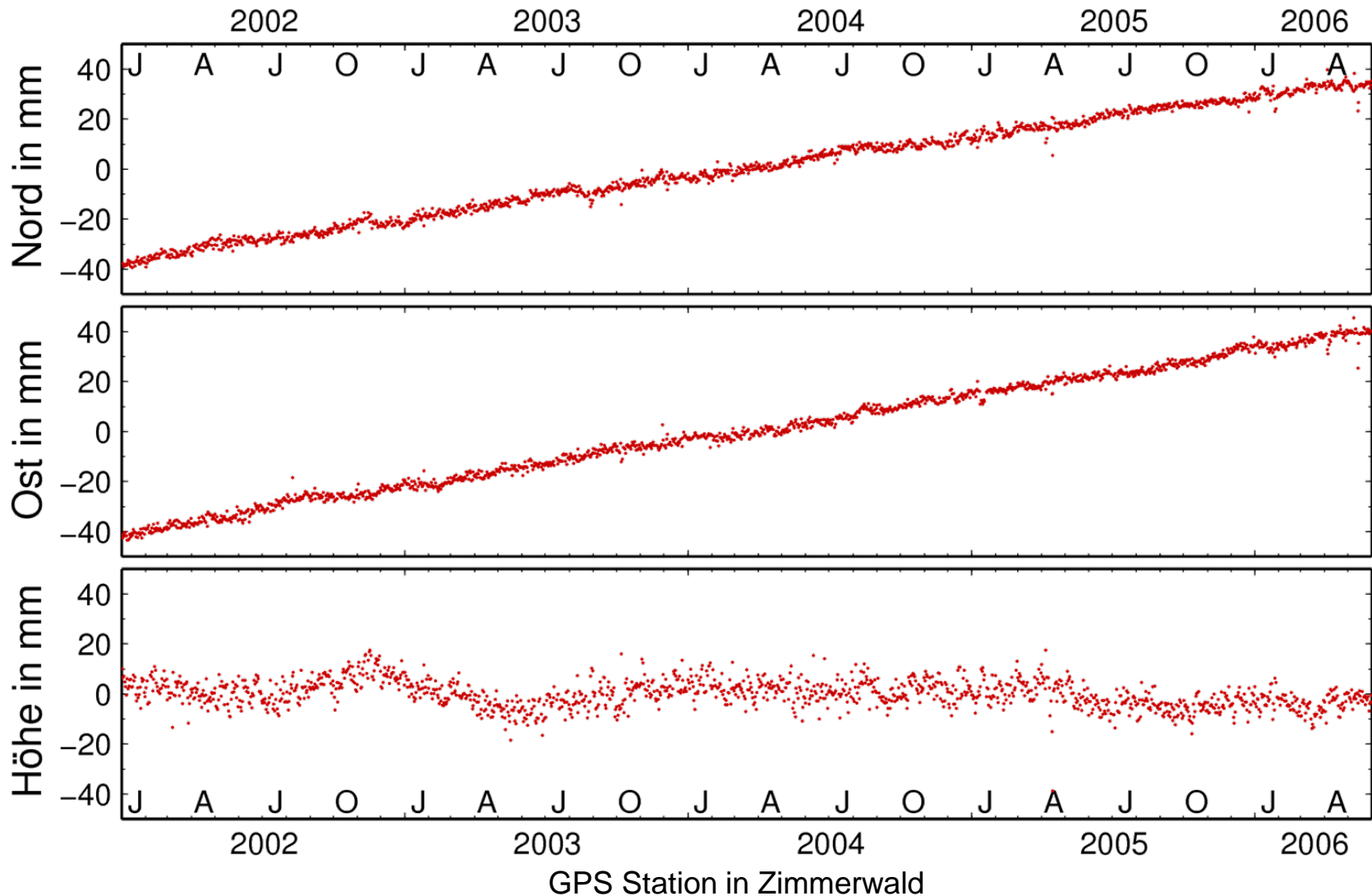


Entwicklung der GPS Bahnqualität

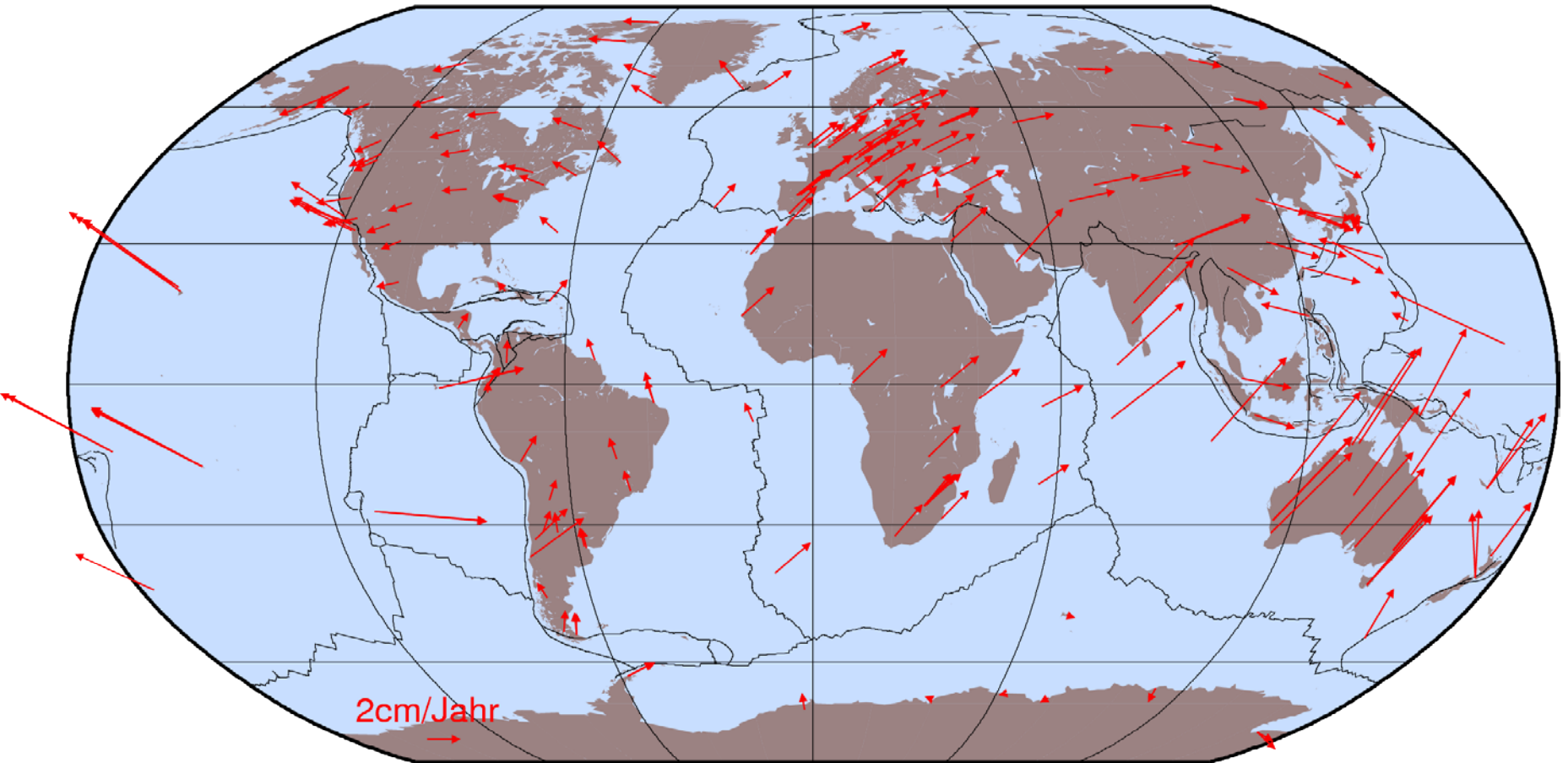


Die Konsistenz der GNSS Bahnösungen liegt heutzutage im Bereich weniger cm

Bestimmung von Stationskoordinaten

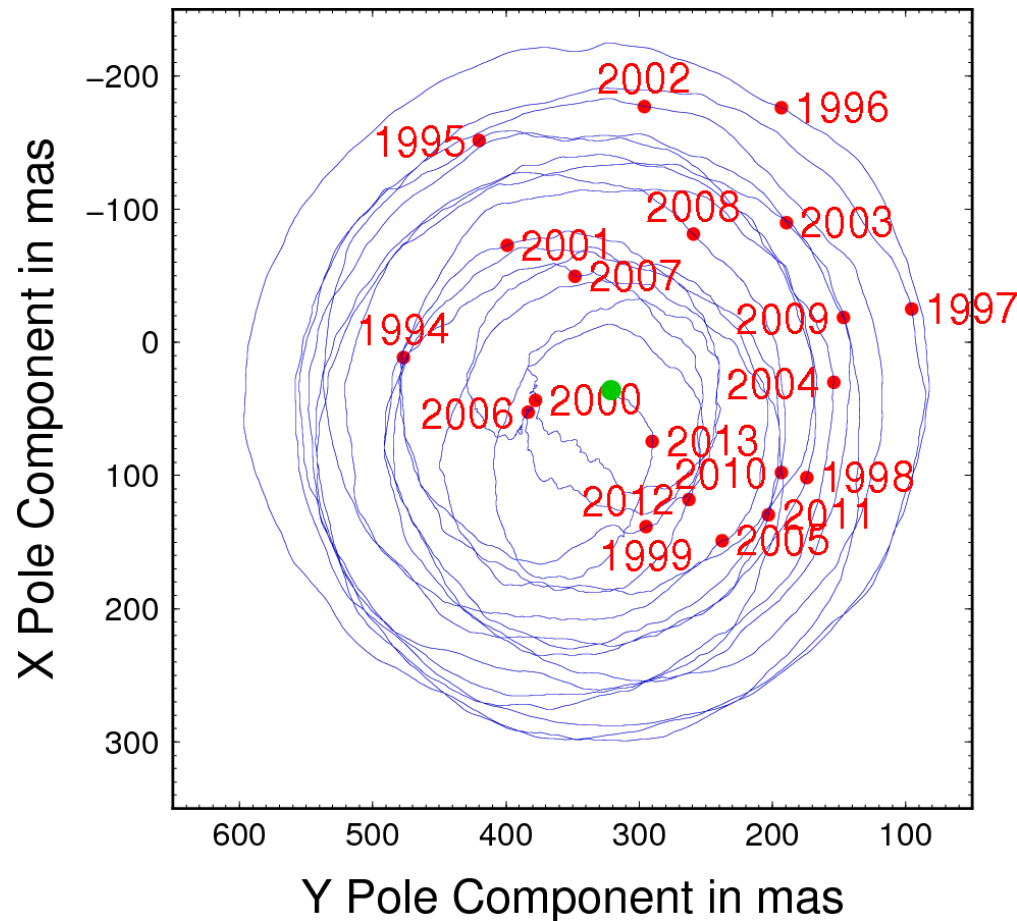


Bestimmung des terrestrischen Bezugssystem



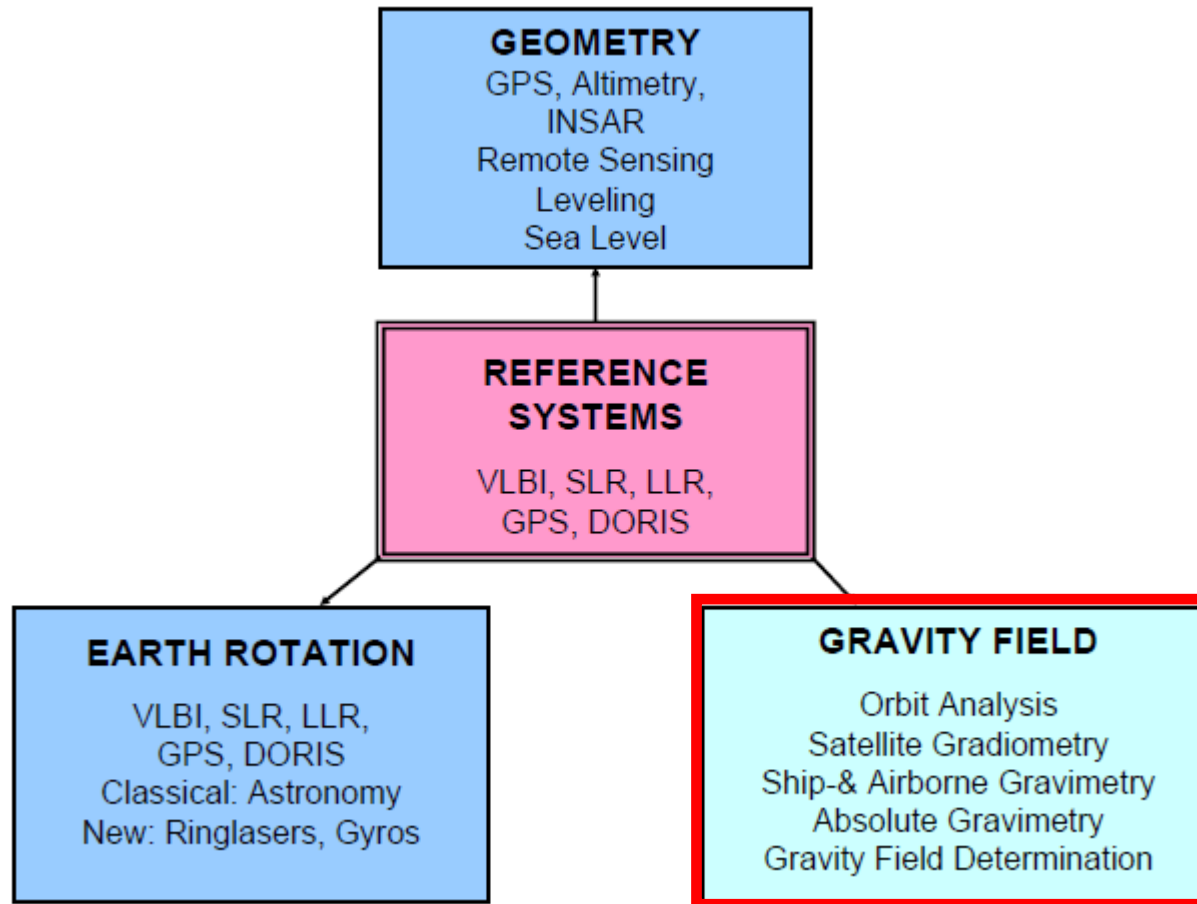
Die Abbildung zeigt die aus GNSS Analysen bestimmte **Plattentektonik**. Die horizontalen Stationsbewegungen betragen einige cm/Jahr.

Bestimmung der Erdrotation



Die Abbildung zeigt die **Pol schwankung**. Man sieht, dass sich der Pol mit einer Periode von etwa 420 Tagen auf einem "schlechten" Kreis um einen mittleren Pol bewegt. Der Kreisradius variiert zwischen 6 bis 10m.

Die drei "Säulen" der Erdvermessung



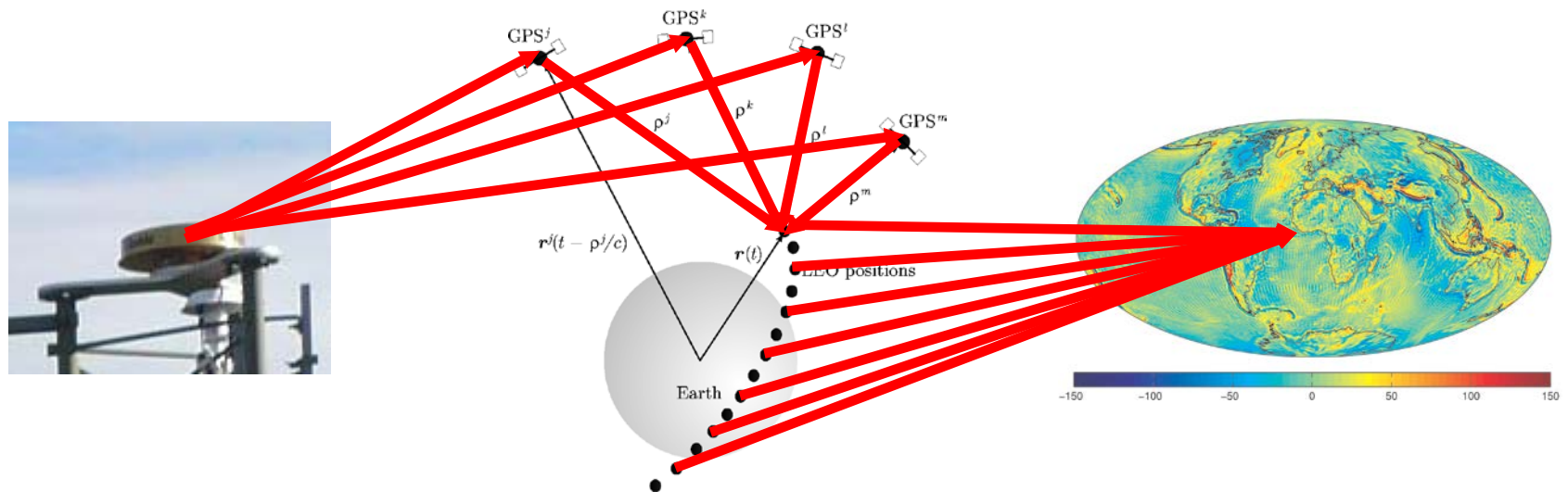
© GGOS

Der lange Weg zum wissenschaftlichen Produkt

Originale
Messungen

Zwischenprodukte,
zusätzliche Messungen

Finales
Produkt



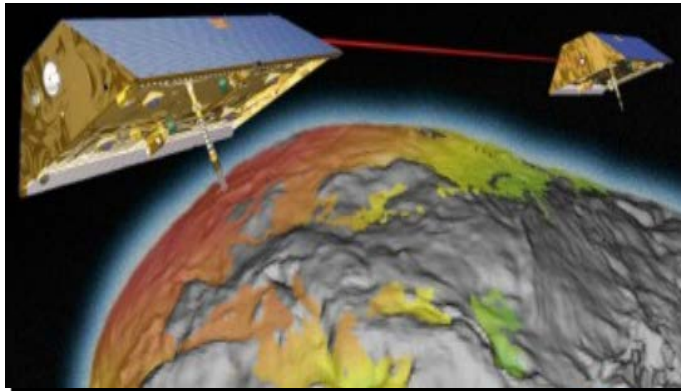
Gravitationsfeldmodelle der Erde sind bloss ein **Beispiel** für ein wissenschaftliches Produkt aus Messungen der geodätischen Satellitenverfahren. Die Information über die grossräumigen Strukturen des Erdschwerefeldes wird aber in erster Linie aus dem Studium hochgenauer vermessener Bahnen gewonnen.

(Aktuelle) Schwerefeldmissionen



CHAMP (2000-2010)

CHallenging
Minisatellit
Payload



GRACE (2002-201?)

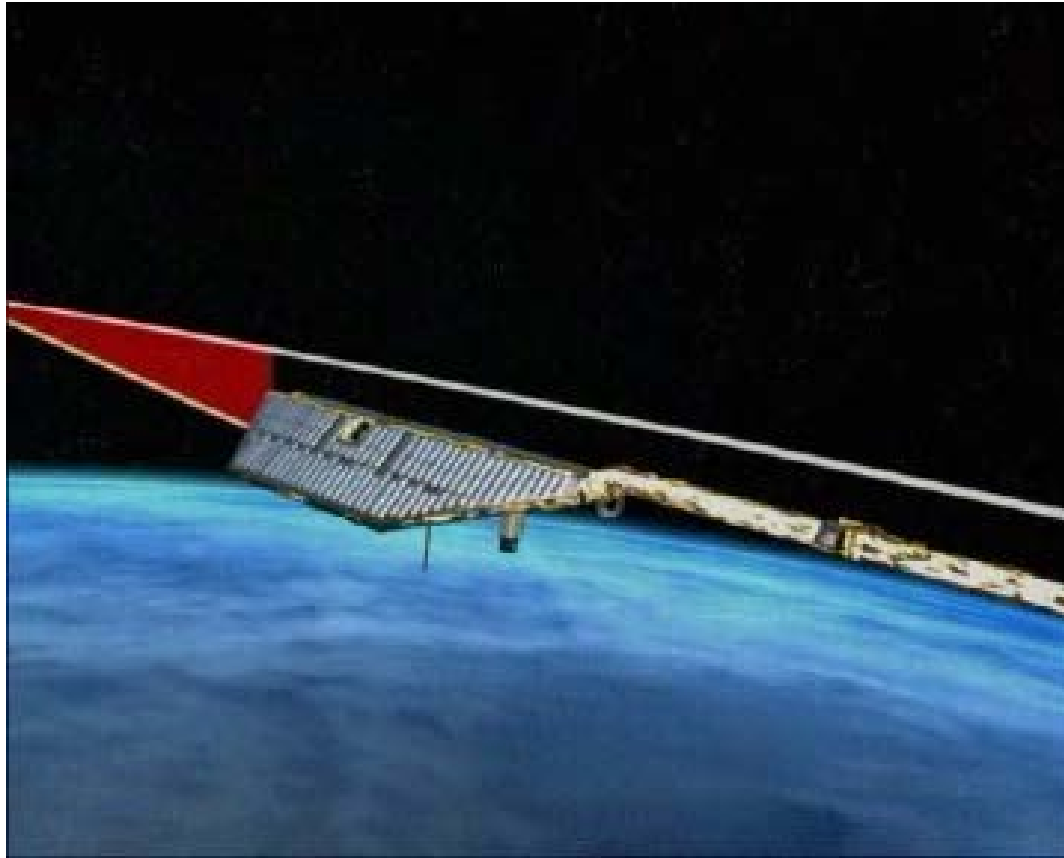
Gravity
Recovery
And
Climate
Experiment



GOCE (2009-2013)

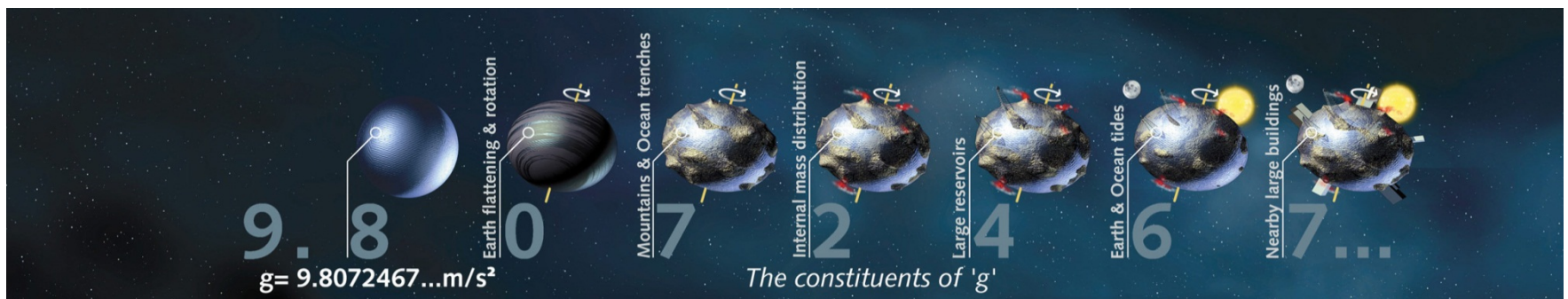
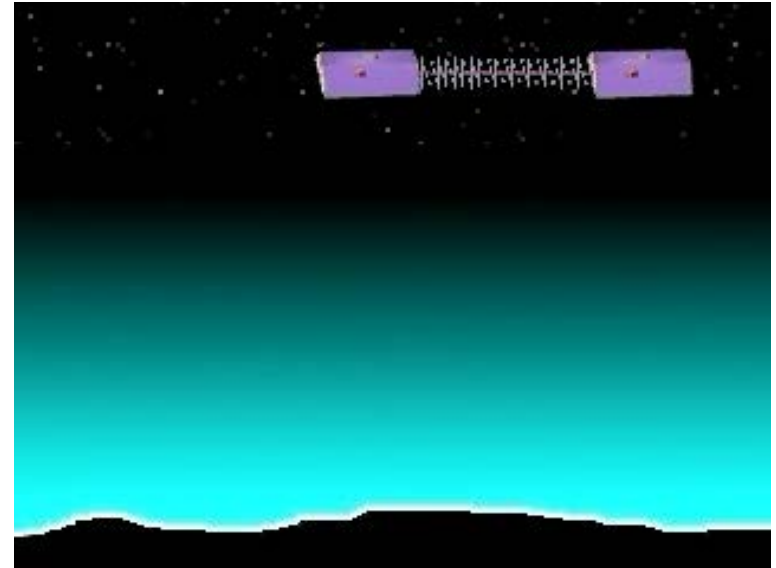
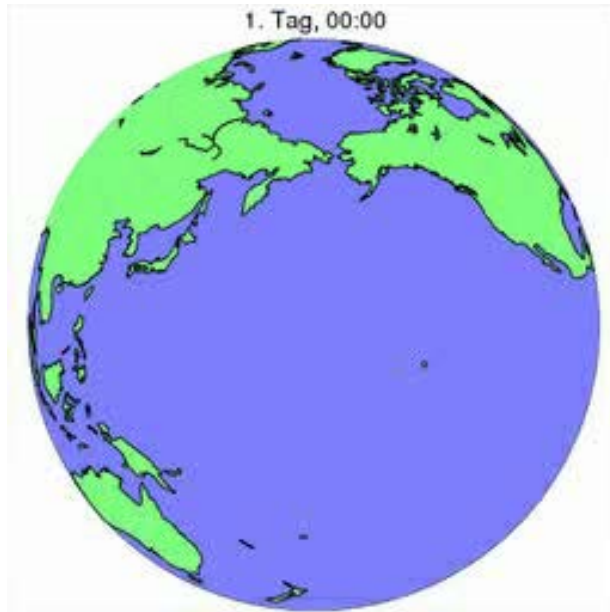
Gravity Field & Steady-state
Ocean
Circulation
Explorer

Messprinzip von CHAMP

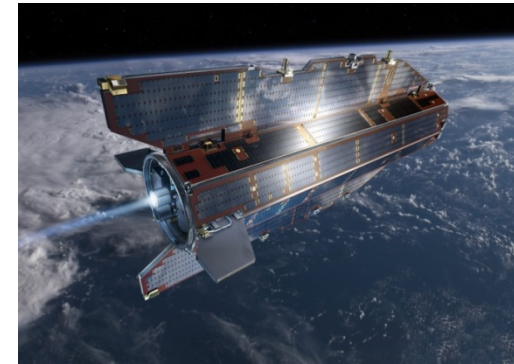
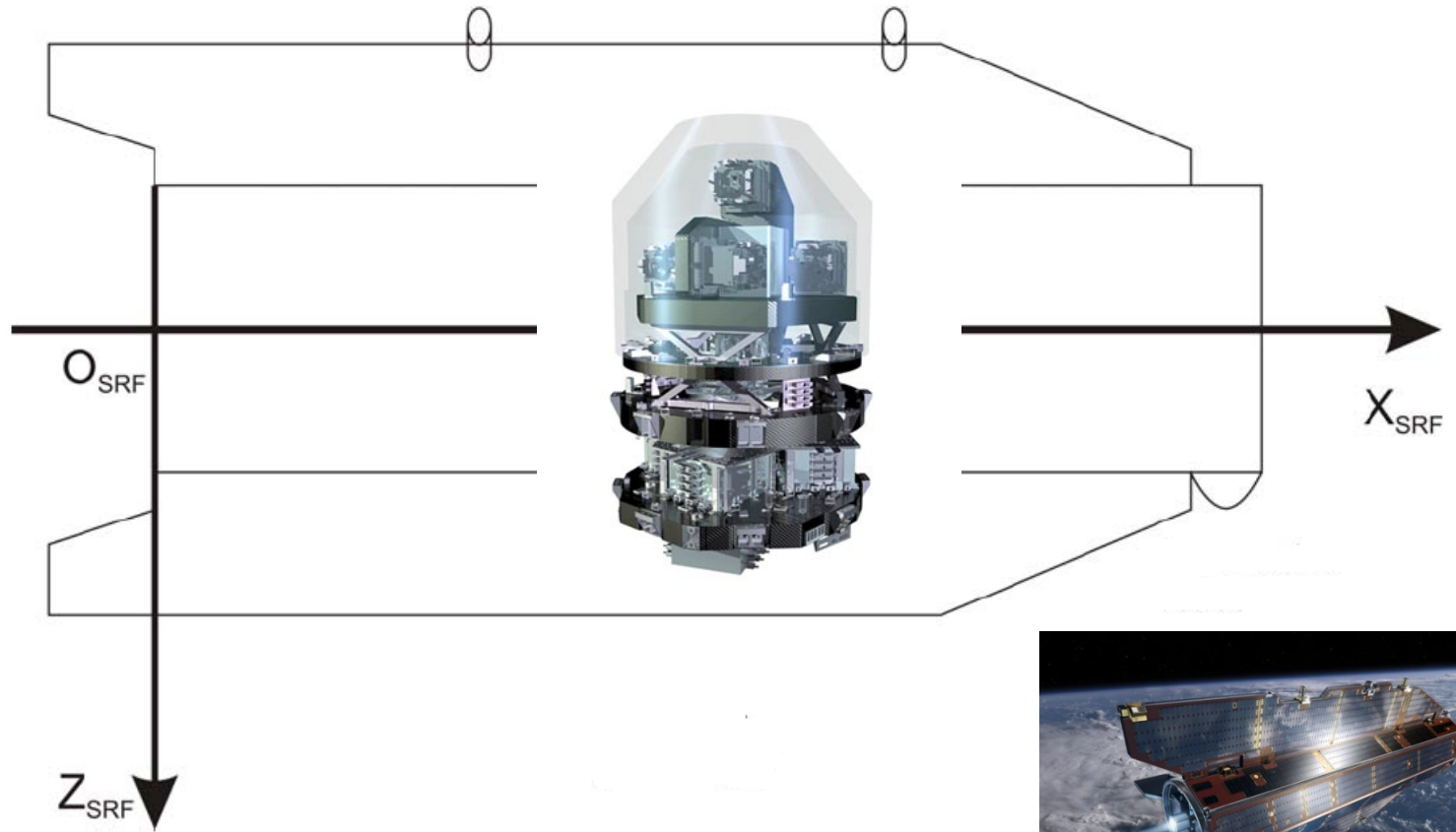


Die Abweichung der *wirklichen* (mit Hilfe von GPS vermessenen) *Bahn* von einer (mit allen bekannten Modellen berechneten) *Referenzbahn* enthält unter anderem Informationen über die noch zu ungenau bekannten Anteile des Gravitationsfeldes der Erde.

Messprinzip von GRACE



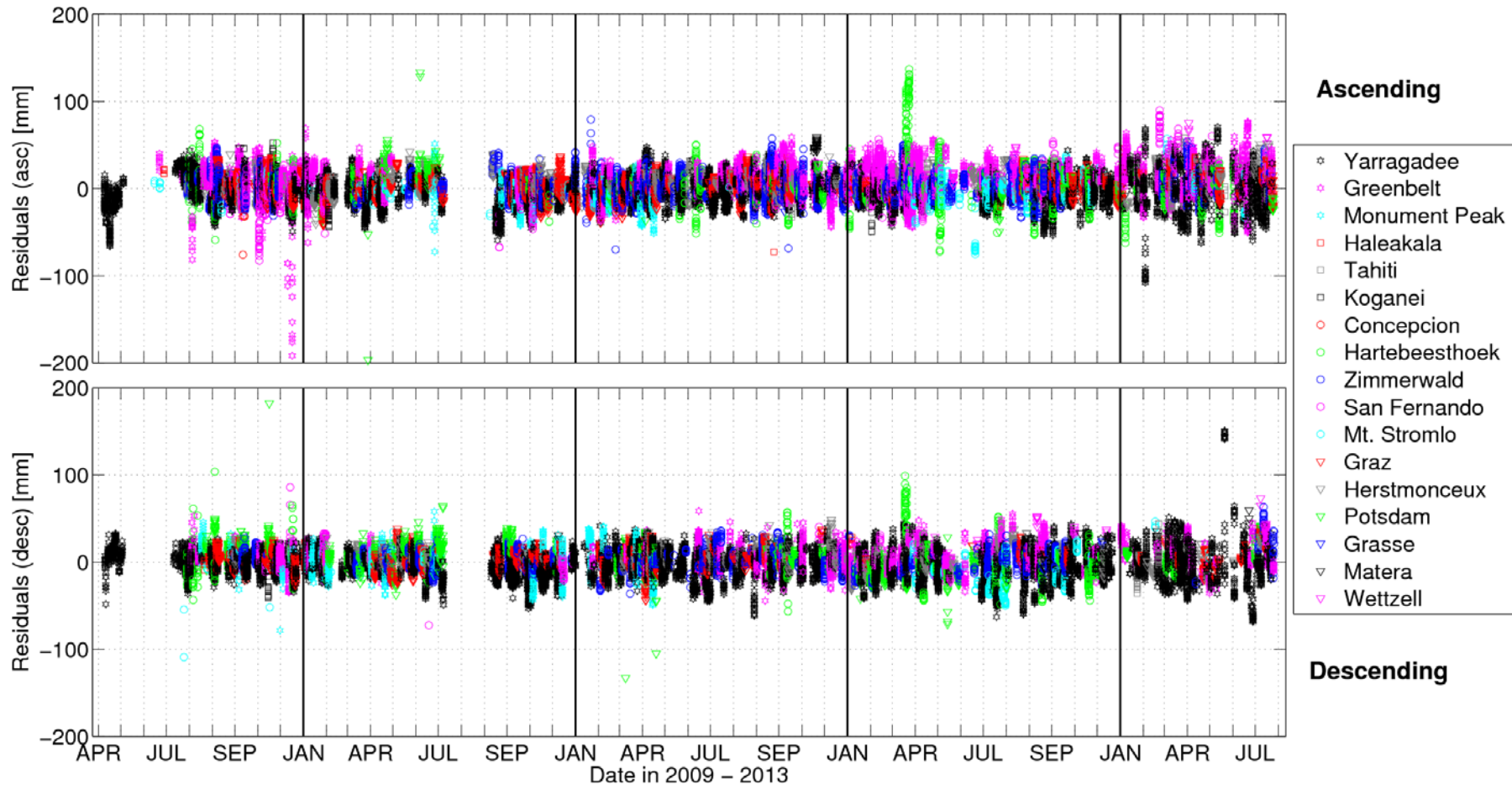
Messprinzip von GOCE



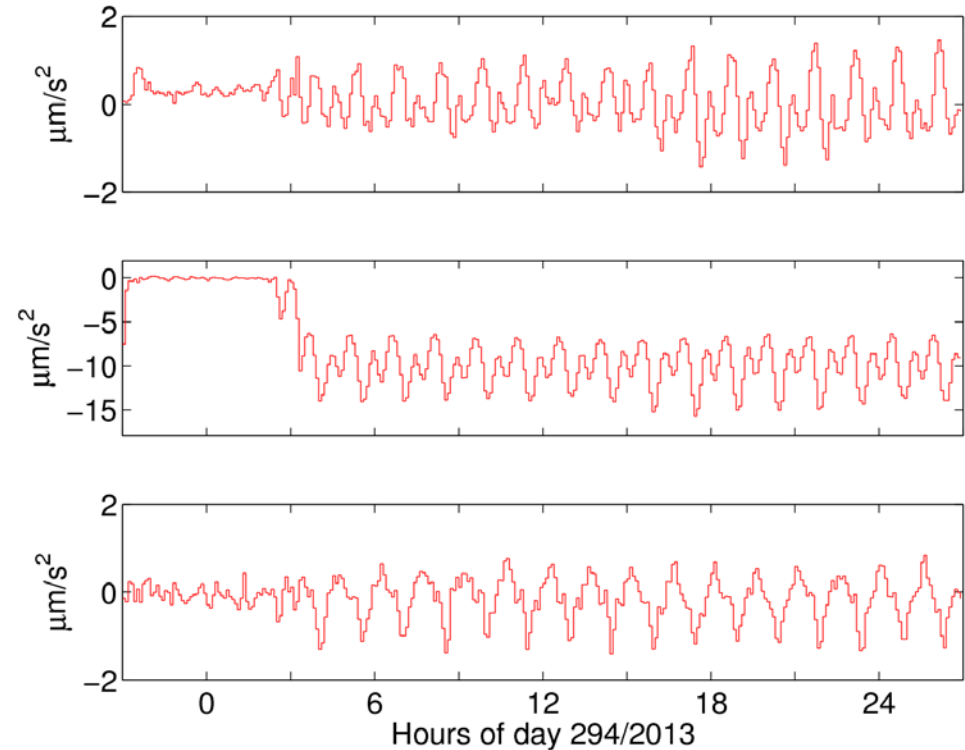
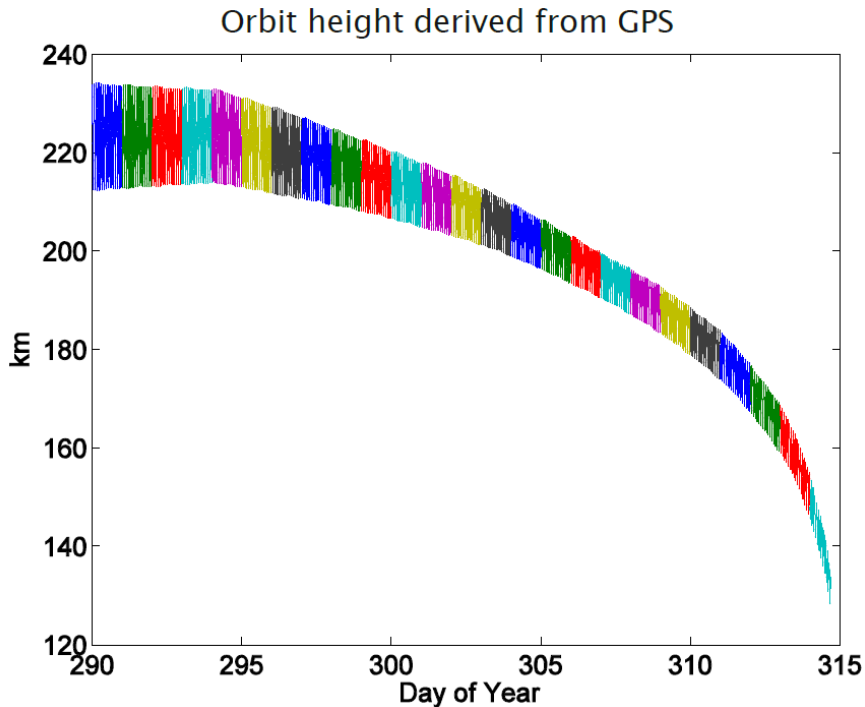
Bahngenaugigkeit von GOCE

Reduziert-dynamische Bahn

Mean: 0.15 cm, RMS: 1.79 cm



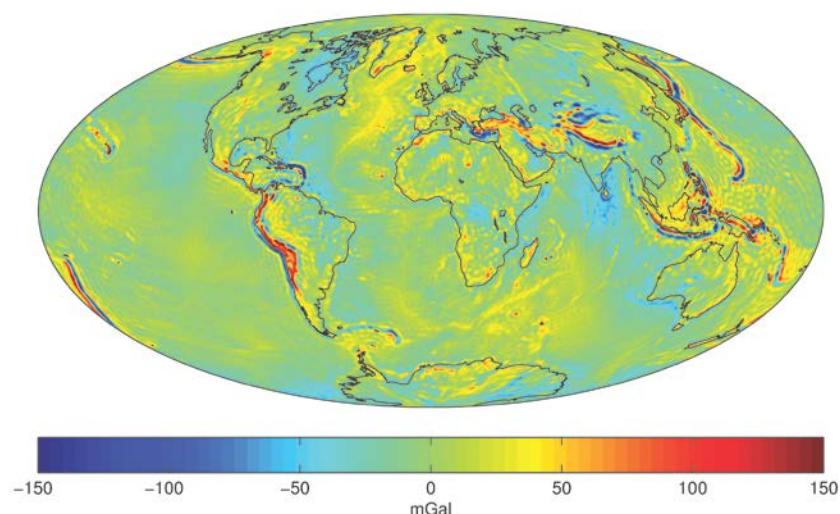
Die letzten Tage von GOCE



- 21.10.2013: 224 km: Offizielles Ende der Mission, kein weiterer Treibstoff
- 10.11.2013: 130 km: Letzte verfügbare GPS Messung: 17:15:20 UTC
- 11.11.2013: 80 km: GOCE verglüht kurz nach 0:16 UTC in der Atmosphäre

Schwerefeldbestimmung aus CHAMP, GRACE, GOCE

Die Missionen CHAMP, GRACE, GOCE haben unser Wissen über das Schwerfelds der Erde revolutioniert



Schwereanomalien (in mGal)

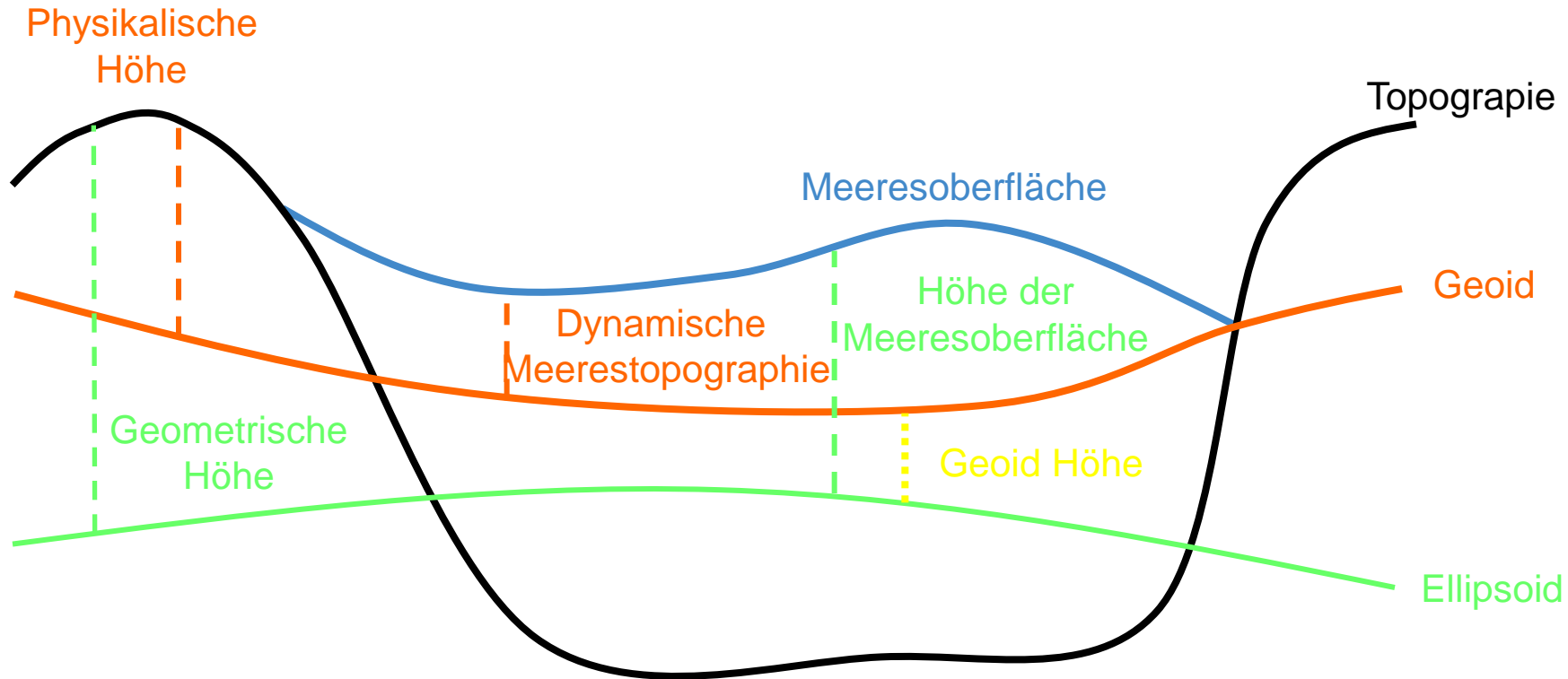
CHAMP
GRACE
GOCE

l_{\max}	Anz. Koeff.	λ [km]
20	441	1000
100	10 201	200
200	40 401	100
250	63 001	80

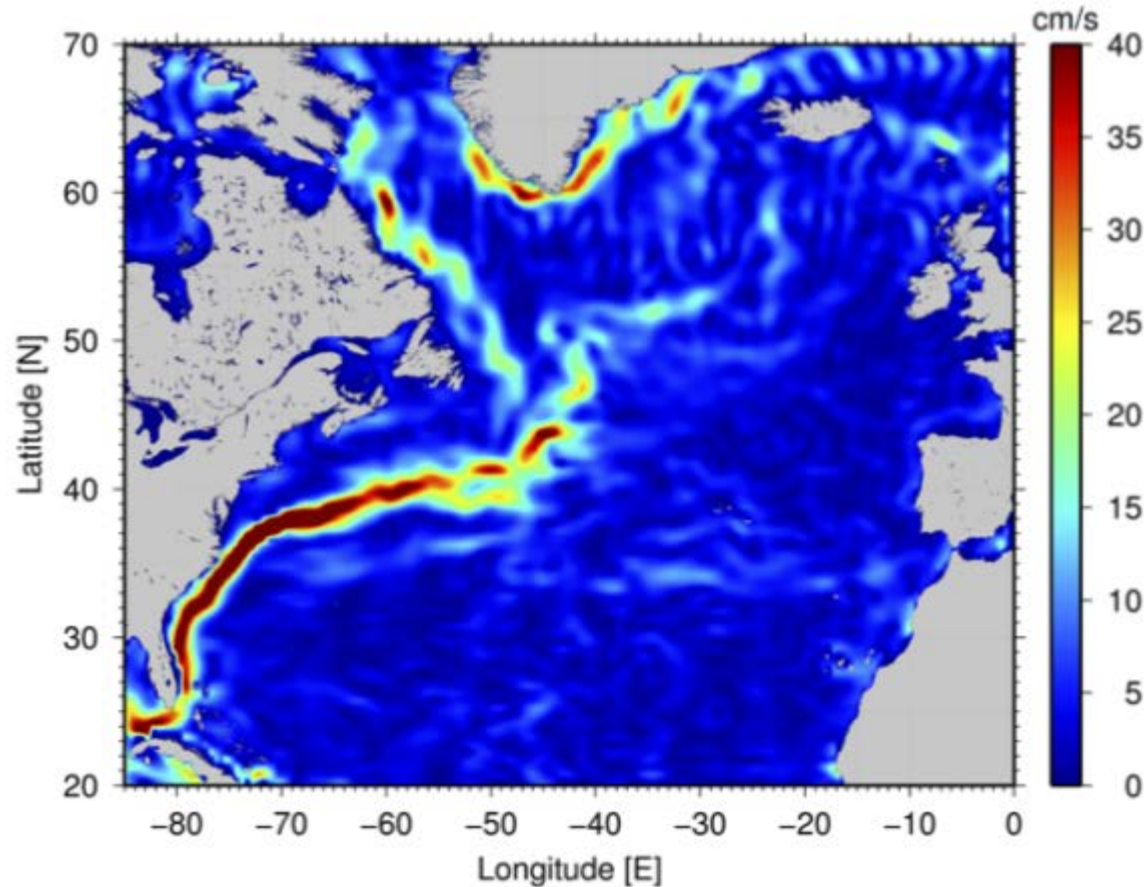
λ ... räumliche (halbe) Wellenlänge

Globale Schwerfeldmodelle tragen beispielsweise dazu bei, die Höhensysteme einzelner Länder zu vereinheitlichen, die Veränderungen des Meeresspiegels und der Ozeanströmungen zu untersuchen, die Mantelkonvektion und die Struktur der kontinentalen und ozeanischen Lithosphäre zu modellieren.

GOCE: Beispiel einer ozeanischen Anwendung

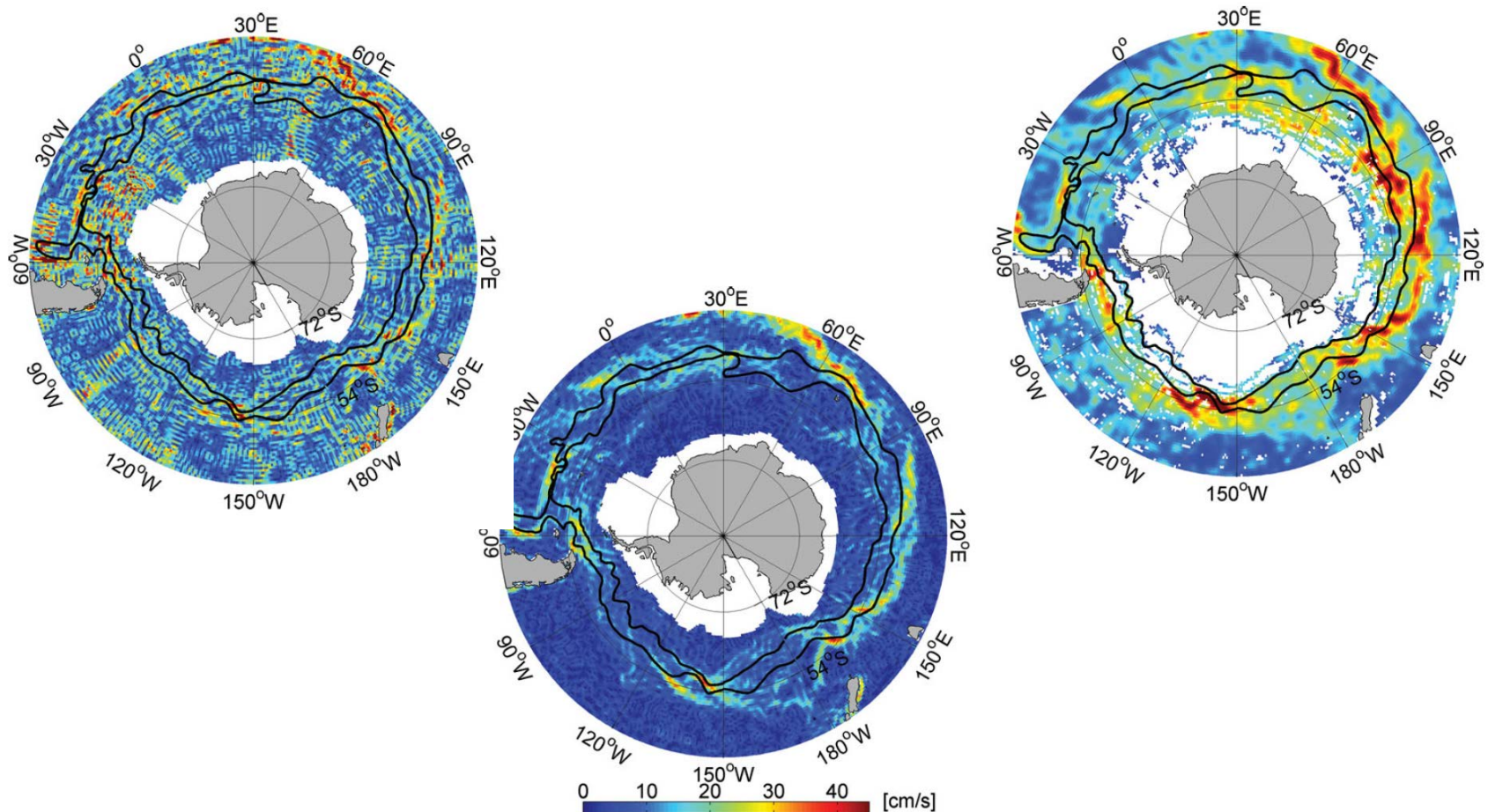


GOCE: Beispiel einer ozeanischen Anwendung

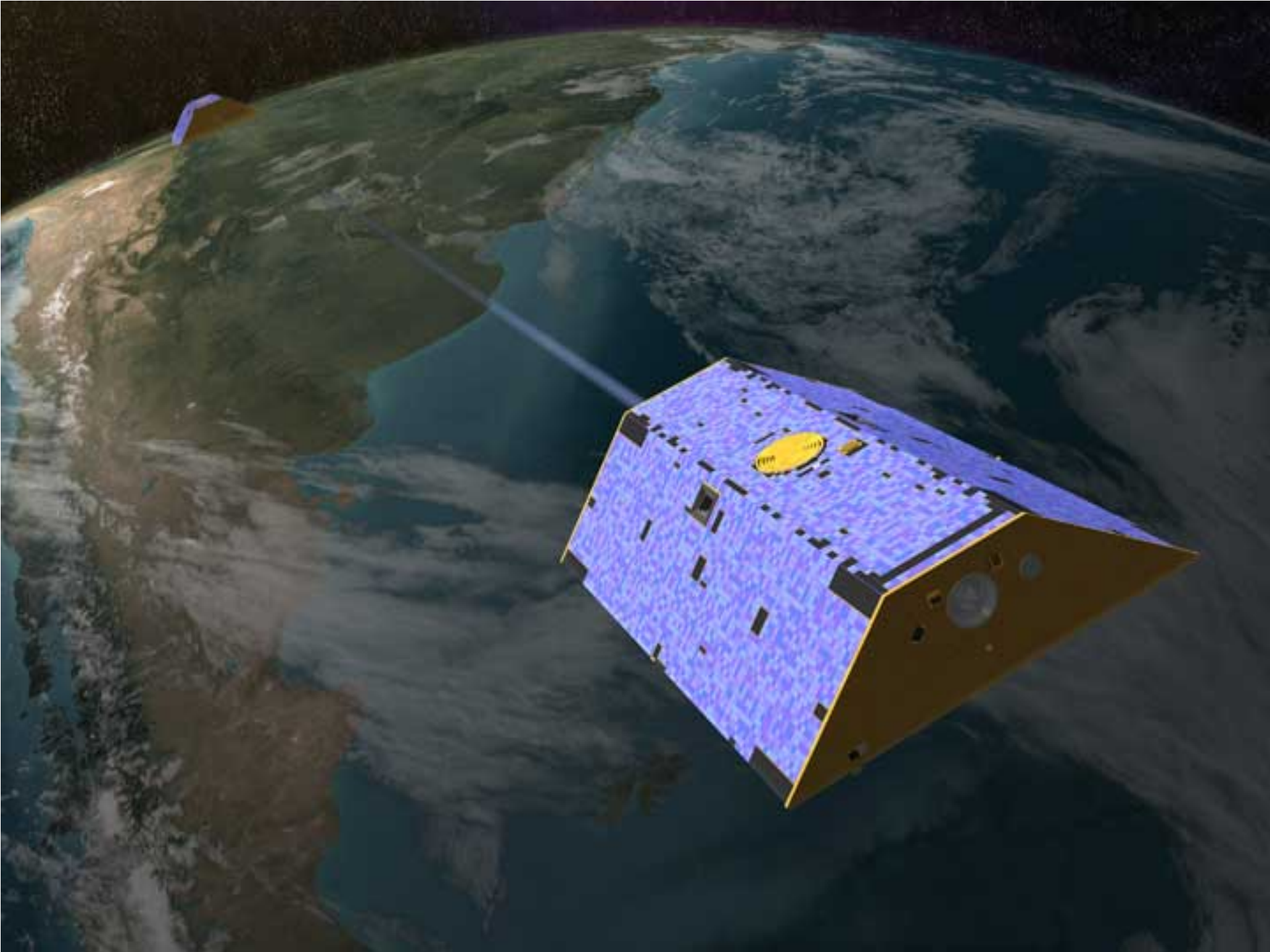


Aus der **dynamischen Meerestopographie** lassen sich die Meeresströmungen berechnen. Die Abbildung zeigt den Golfstrom vor der Küste Nordamerikas.

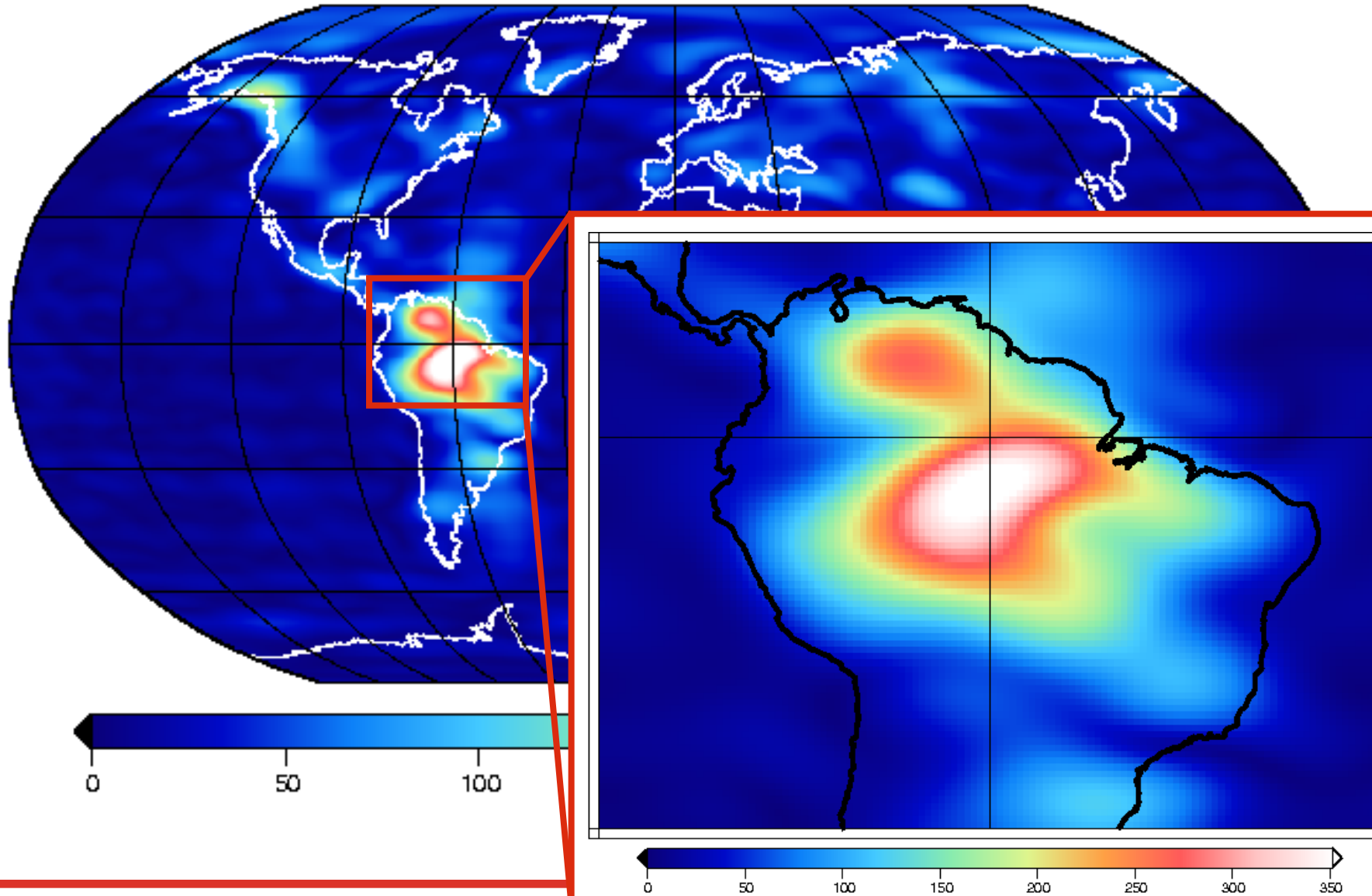
GOCE: Beispiel einer ozeanischen Anwendung



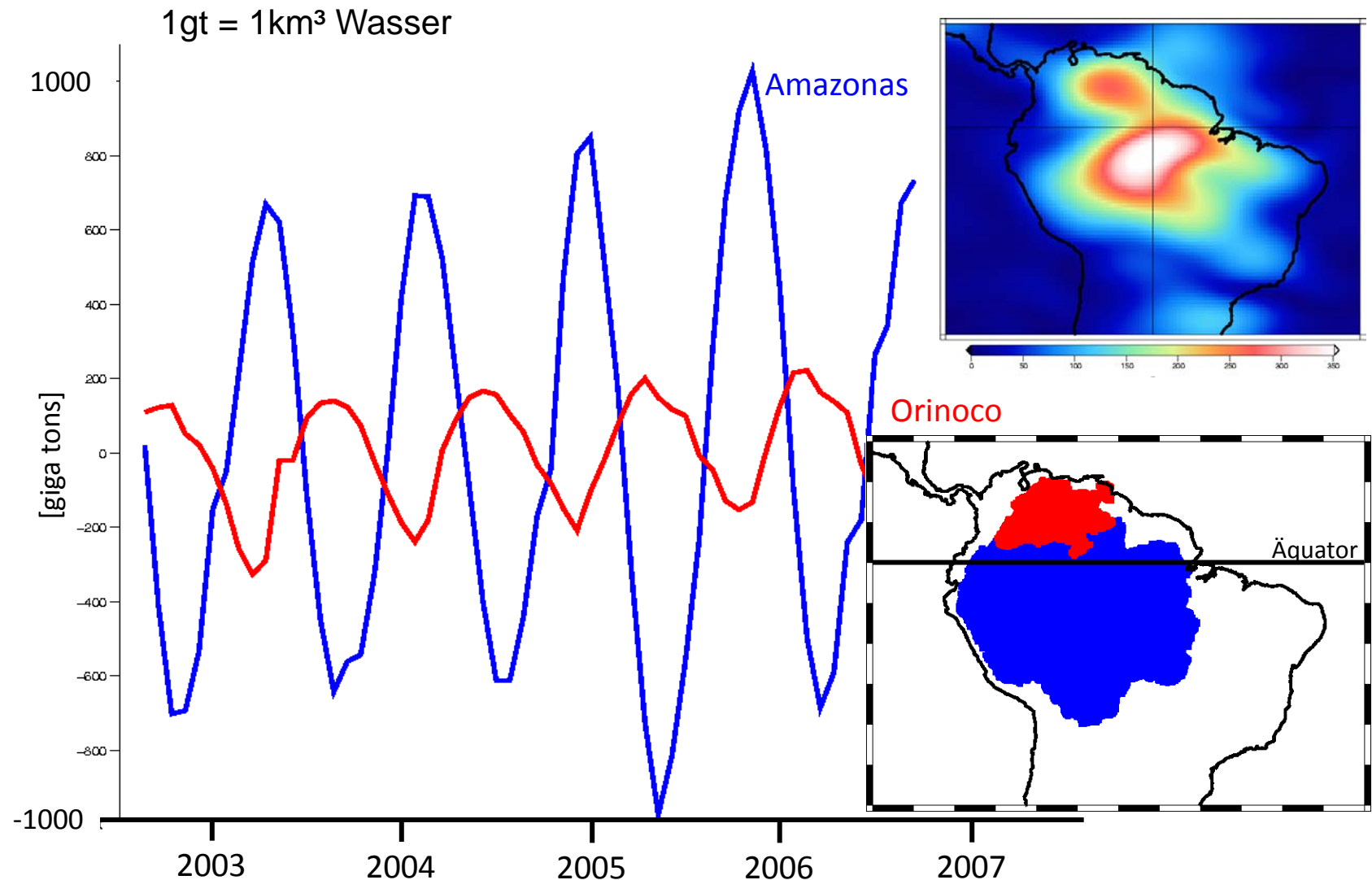
Strömungsgeschwindigkeiten aus der mittleren Meeresoberfläche, reduziert um eine GRACE-Schwerefeldlösung (links) oder eine GOCE-Schwerefeldlösung (mitte). Vergleich mit in-situ Daten (rechts).



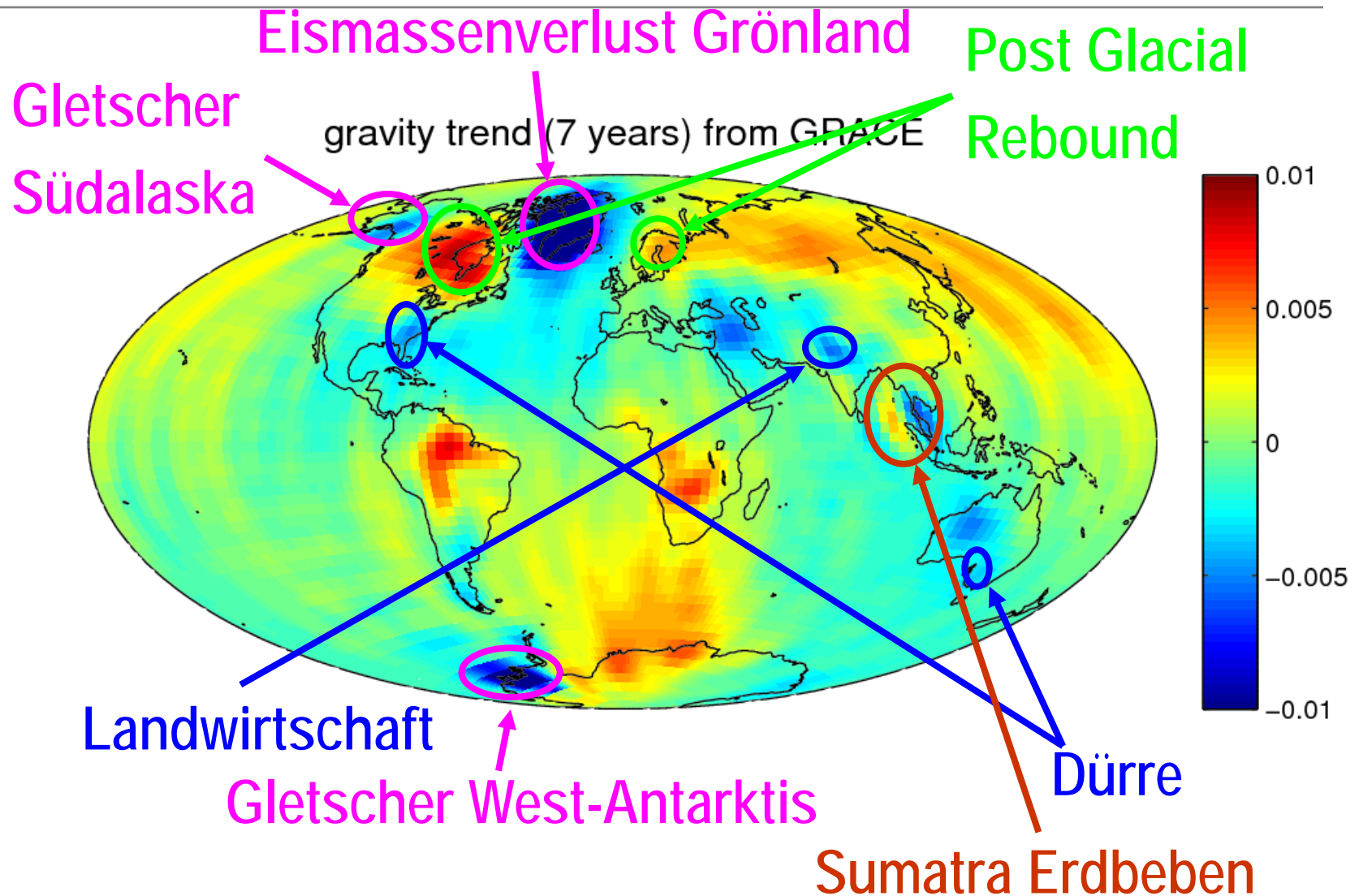
GRACE: Massenvariationen durch Hydrologie



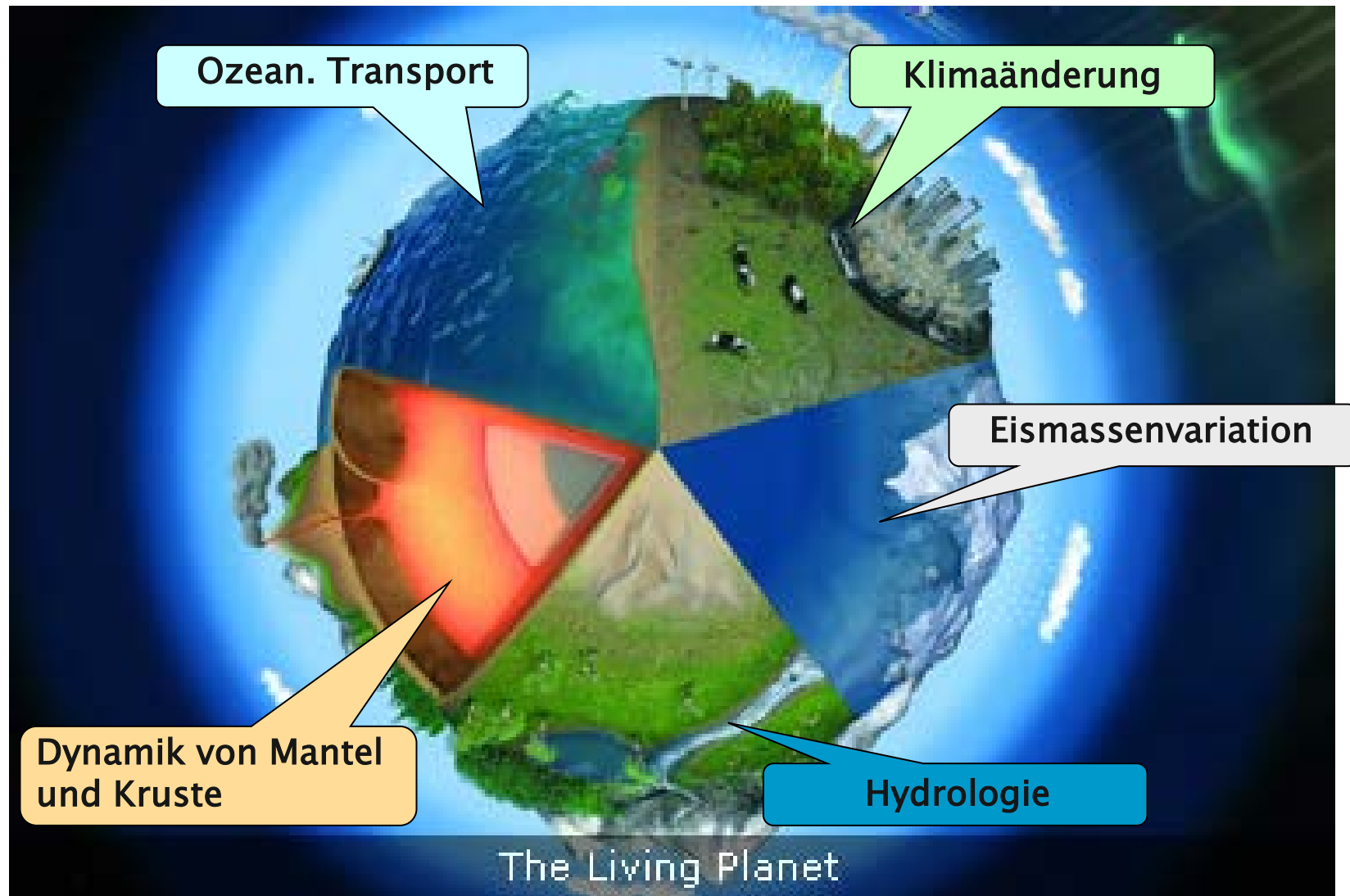
GRACE: Massenvariationen durch Hydrologie



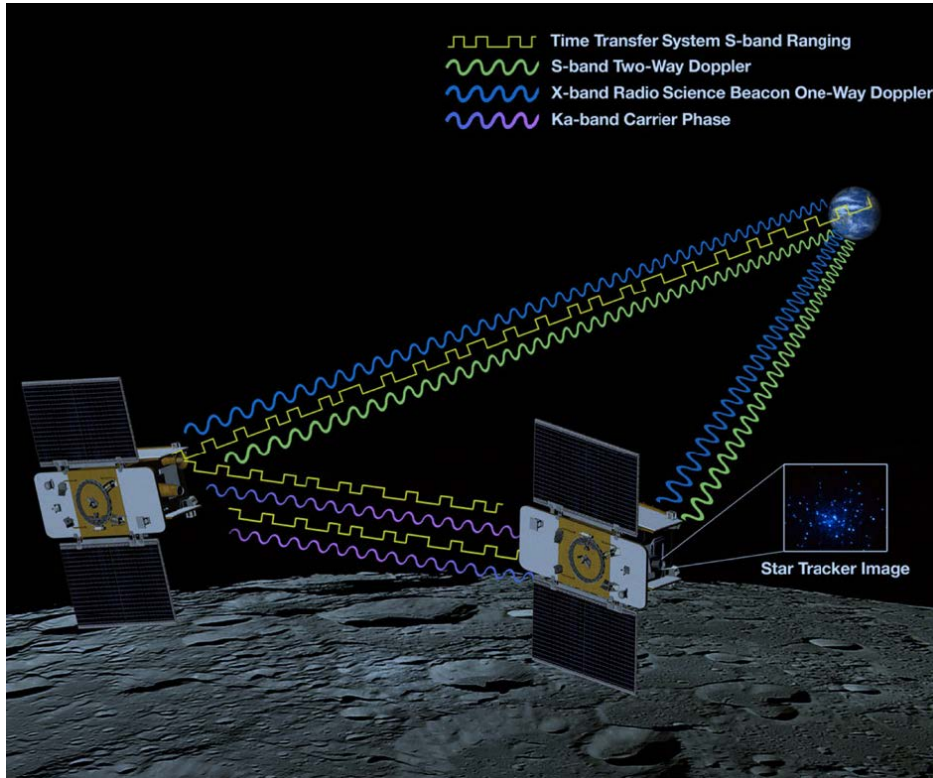
GRACE: Massenvariationen durch Hydrologie



Rückschlüsse auf das System Erde aus Bahnen



GRAIL – Von der Erde zum Mond



- S-Band Zwischen-Satelliten-Link (≈ 2.3 GHz) für Zeitübertragung
- S-Band Two-Way Doppler für Telemetrieübertragung
- X-Band One-Way Doppler (8.4 GHz) für Bahnbestimmung
- Ka-Band Zwischen-Satelliten-Link für die Bestimmung des Gravitationsfeldes

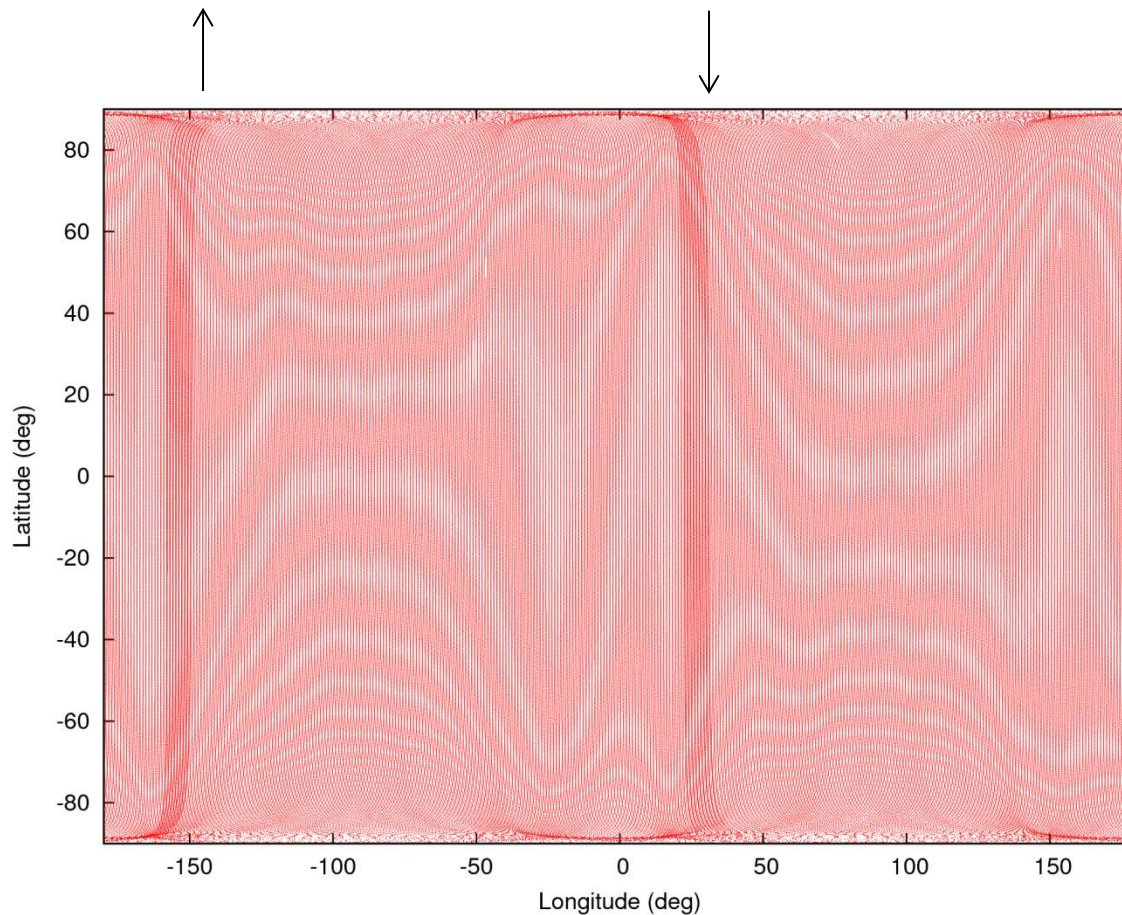
Erstmals konnte mit GRAIL die **Rückseite des Mondes** mit hochgenauen Zwischen-satellitendistanzmessungen vollständig vermessen werden. Für die Mond-schwerefeldbestimmung bedeutet dies ein Quantensprung.

GRAIL – Von der Erde zum Mond

- Zeitlicher Verlauf der Mission:

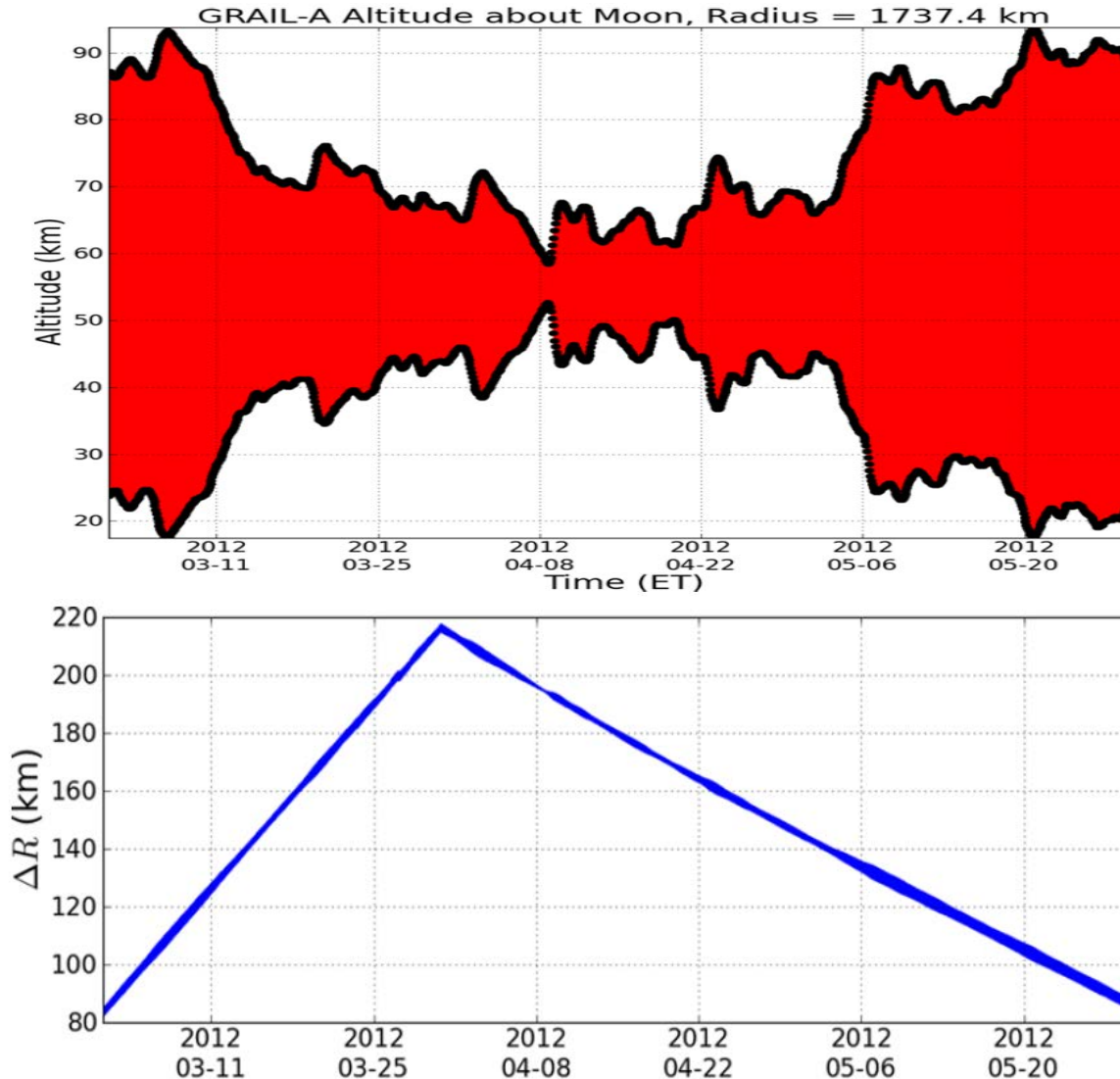
- 10. Sep. – 31. Dez. 2011 : Trans-Lunar Cruise (TLC)
- 31. Dez. / 01. Jan. : Lunar Orbit Insection (LOI) Manöver
- Januar 2012: Orbit Period Reduction (OPR) und Zirkularisierung der Bahn mittels mehrerer Manöver
- Februar 2012: Transition to Science Formation (TSF), Etablierung des Formationsfluges
- März – Mai 2012: **Science Phase von 89 Tagen**, bestehend aus drei Messzyklen von jeweils 27.3 Tagen (**Höhe: 55 km**)
- 29. Mai 2012: Anhebung des Orbits auf 84 km während Phase mit kleinem Beta-Winkel (keine Science-Messungen)
- Ab September 2012: **Extended Mission (XM) Phase**, wiederum bestehend aus drei Messzyklen (**Höhe: 32 km**)
- 28. Nov. – 14. Dez.: Absenkung des Orbits auf **11 km**
- 17. Dez.: Kontrollierter Aufprall auf der Mondoberfläche

GRAIL – Von der Erde zum Mond



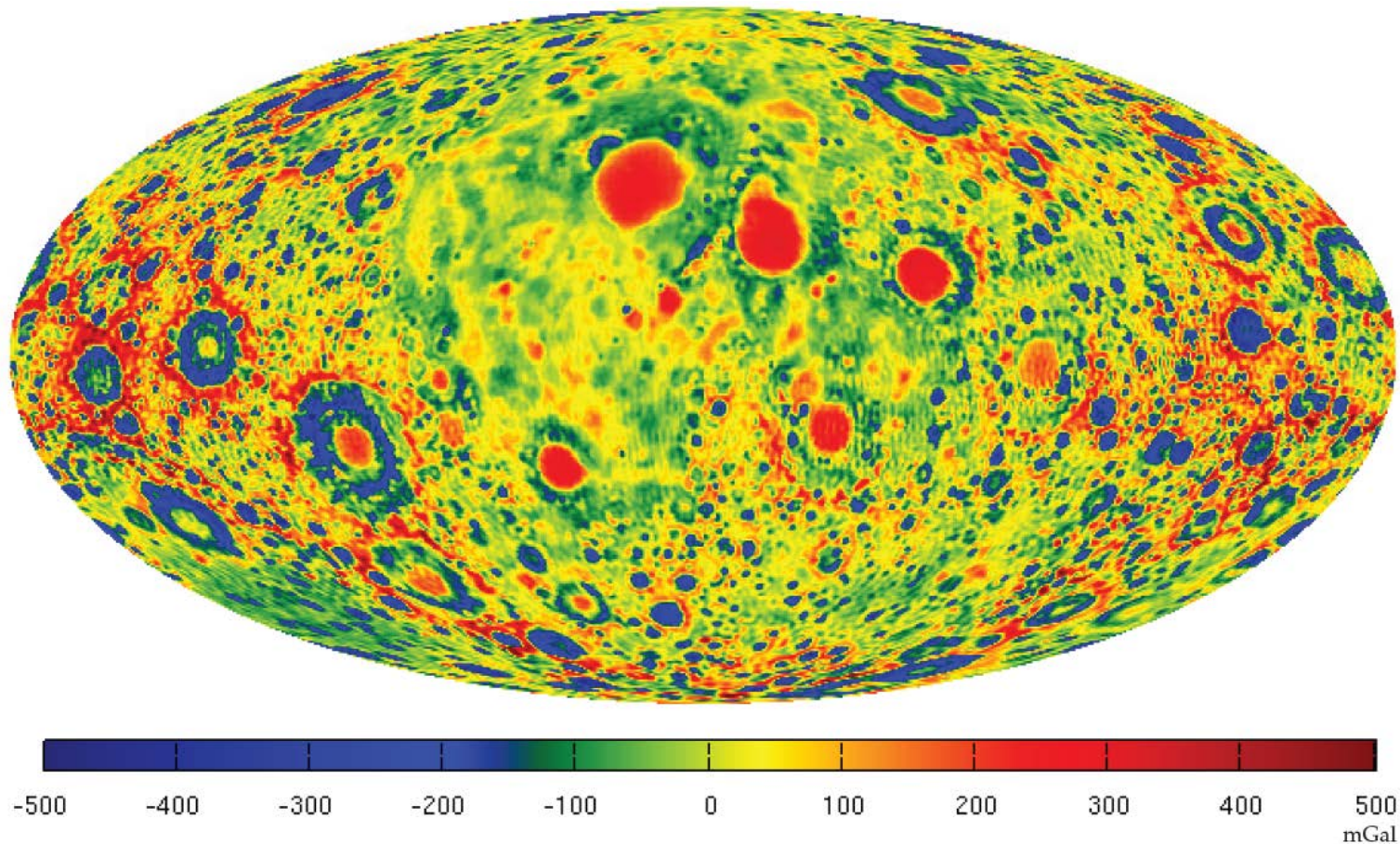
Aufgrund der **langsamen Rotation** des Mondes dauert ein Messzyklus jeweils einen Monat, bis die ganze Mondoberfläche mit auf- und absteigenden Tracks vollständig überdeckt ist.

GRAIL – Von der Erde zum Mond



Courtesy: Zuber et al.
(2013b)

GRAIL – Von der Erde zum Mond



Aufgrund der geringen Bahnhöhe über dem Mond von nur 55 km liefern bereits die Daten der 3-monatigen nominellen Missionsphase ein sehr detailliertes Bild des Mondschwerefeldes.

Universität Bern Astronomisches Institut

Satellitengeodäsie

Optische Astronomie

Observatorium

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

